



Guía 3: Función y ecuación cuadrática pdt.

Nombre: _____ Fecha: _____

OA3(2019): Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$: ($a \neq 0$)

- Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
- Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo.
- Determinando puntos especiales de su gráfica.
- Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.

OA4(2019): Resolver, de manera concreta, pictórica y simbólica o usando herramientas tecnológicas, ecuaciones cuadráticas de la forma:

- $ax^2 = b$
- $(ax + b)^2 = c$
- $ax^2 + bx = 0$
- $ax^2 + bx = c$ (a, b, c son números racionales, $a \neq 0$).

Instrucciones:

- No utilice calculadora ni teléfono para el desarrollo de esta guía.
- El desarrollo debe realizarlo en su cuaderno.
- Frente a cualquier duda contáctenos a nuestros correos mjdiaz@emmanuel.cl y gcerda@emmanuel.cl

I. Resuelva los siguientes ejercicios de ecuación cuadrática.

1. Las raíces (o soluciones) de la ecuación $x(x - 1) = 20$ son:

(DEMRE 2005)

- A) 1 y 20
- B) 2 y 20
- C) 4 y 5
- D) 4 y -5
- E) -4 y 5

2. Si $x = 3$ es una solución (raíz) de la ecuación $x^2 + 5x + c = 0$, entonces ¿cuál es el valor de c ?

(DEMRE 2006)

- A) -24
- B) -8
- C) -2
- D) 2
- E) $\frac{5}{3}$



3. ¿Cuál es el menor valor para la expresión $x^2 + \frac{2}{x}$ cuando x satisface la igualdad $x + \frac{15}{x} = 16$?
(DEMRE 2007)

- A) 4
- B) 3
- C) 1
- D) 0
- E) -1

4. El conjunto solución (o raíces) de la ecuación $x^2 + 1 = x + 1$ es:
(DEMRE 2010)

- A) $\{0\}$
- B) $\{1\}$
- C) $\{0, 1\}$
- D) $\{0, -1\}$
- E) Ninguno de los conjuntos anteriores

5. Las soluciones de la ecuación $3(x - 2)^2 = 7$ están representadas en:
(DEMRE 2015)

- A) $2 \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$
- B) $-2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
- C) $2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
- D) $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$
- E) $\frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$

6. En los números reales, ¿cuál es el conjunto de todos los números x , para los cuales la expresión $\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4}$ se indetermina?

(DEMRE 2018)

- A) \emptyset
- B) $\{-4\}$
- C) $\{-2, 2\}$
- D) $\{-4, 1\}$
- E) $\{-2\}$



7. ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación $(ax)^2 + a = 0$, en x , con a un número real negativo distinto de -1 ?
(DEMRE 2019)
- A) 1 y -1
B) $\frac{1}{\sqrt{-a}}$ y $\frac{-1}{\sqrt{-a}}$
C) $\sqrt{-a}i$ y $-\sqrt{-a}i$
D) i y $-i$
E) $\sqrt{-a}$ y $-\sqrt{-a}$
8. Dada la ecuación $x^2 + 6x + 17 = 0$, ¿qué número real m debe sumarse a ambos lados de la igualdad para completar el cuadrado de un binomio en el lado izquierdo de ella y cuáles son las soluciones reales de $x^2 + 6x + 17 = 0$?
(DEMRE 2019)
- A) $m = 9$ y las soluciones son $(-3 + \sqrt{6})$ y $(-3 - \sqrt{6})$
B) $m = 19$ y las soluciones son $(6 + \sqrt{3})$ y $(6 - \sqrt{3})$
C) $m = -8$ y las soluciones son $(-3 + \sqrt{8})$ y $(-3 - \sqrt{8})$
D) $m = -1$ y no tiene soluciones reales
E) $m = -8$ y no tiene soluciones reales
9. Una ecuación de segundo grado cuyas raíces, x_1 y x_2 , satisfacen las igualdades $(x_1 + x_2) = -2$ y $x_1 \cdot x_2 = 5$ es:
- A) $x^2 - 2x - 5 = 0$
B) $x^2 - 2x + 5 = 0$
C) $x^2 + 2x + 5 = 0$
D) $x^2 + 2x - 5 = 0$
E) $x^2 - 5x - 2 = 0$
10. Una ecuación que tiene como raíces (o soluciones) a 12 y -4 es:
- A) $x^2 + 8x - 48 = 0$
B) $x^2 - 8x - 48 = 0$
C) $x^2 - 8x + 48 = 0$
D) $x^2 + 8x + 48 = 0$
E) Ninguna de las ecuaciones anteriores
11. ¿Cuál es el conjunto de todos los valores de p , para que la ecuación en x , $(x - p)^2 + 8p = 0$ tenga dos soluciones reales y distintas?
(DEMRE 2016)
- A) $] 0, \infty [$
B) $] -\infty, 0 [$
C) $] -\infty, 0]$
D) $[0, \infty [$
E) ϕ



12. Si a y c son números reales, ¿cuál(es) de las siguientes ecuaciones, en x , tiene(n) solución en el conjunto de los números reales?

(DEMRE 2017)

I. $-(ax^2 + c) = 0$, con $ac > 0$

II. $-(x^2 - c) = 0$, con $c > 0$

III. $-x^2 + \frac{a}{c} = 0$, con $ac > 0$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

13. Dada la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ tal que a , b y c son números reales, con $a \neq 0$ y $a(2 - 3i)^2 + b(2 - 3i) + c = 0$, donde $(2 - 3i)$ es un número complejo. El producto de las soluciones de la ecuación es:

(DEMRE 2017)

- A) 13
- B) $-5 - 12i$
- C) $13 - 12i$
- D) -5
- E) Indeterminable con los datos dados

14. Sean a y b números enteros distintos de cero y n un número entero positivo. La ecuación $ax^2 - b^n = 0$, en x , tiene como solución siempre números complejos de la forma $p + qi$, con p y q números reales y $q \neq 0$, si:

(DEMRE 2018)

- A) $a < 0$ y n es un número impar
- B) $a > 0$ y n es un número impar
- C) $a < 0$ y n es un número par
- D) $b < 0$ y n es un número impar
- E) $b < 0$ y n es un número par

15. Si la ecuación $(p - 1)x^2 + 2(p - 3)x + p - 3 = 0$, en x , con p un número real distinto de 1, tiene dos soluciones reales distintas, entonces:

(DEMRE 2018)

- A) $p > 1$
- B) $p = 3$
- C) $p < 3$
- D) $p > 3$
- E) $p < 1$



16. Un patio rectangular de 24 m^2 de superficie, tiene 2 metros más de frente que de fondo. Si x es la medida del fondo, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite calcular las dimensiones del patio?

(DEMRE 2009)

- A) $x(x + 2) - 24 = 0$
- B) $x(x - 2) - 24 = 0$
- C) $x(x - 2) + 24 = 0$
- D) $x^2 - 22 = 0$
- E) $4x - 20 = 0$

17. Juan para una tarea debe cortar, en forma rectangular, un cartón cuya área debe ser de 2.500 cm^2 y donde el largo (x) debe exceder al ancho en 75 cm. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite a Juan determinar el largo y el ancho del cartón, en cm?

(DEMRE 2015)

- A) $x^2 - 75x = 2.500$
- B) $x^2 + 75x = 2.500$
- C) $x^2 - 75 = 2.500$
- D) $x^2 + 75 = 2.500$
- E) $4x - 150 = 2.500$

18. Un maestro tiene una cuerda de largo L cm y con la totalidad de ella construye los bordes de un rectángulo no cuadrado de área $A \text{ cm}^2$. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la longitud del lado menor de dicho rectángulo, en cm?

(DEMRE 2017)

- A) $\frac{L - \sqrt{L^2 - 4A}}{2}$
- B) $\frac{L + \sqrt{L^2 - 4A}}{2}$
- C) $\frac{L - \sqrt{L^2 - 16A}}{4}$
- D) $\frac{L + \sqrt{L^2 - 16A}}{4}$
- E) $\frac{L - \sqrt{L^2 - 16A}}{2}$

19. En un terreno rectangular de largo $4x$ metros y ancho $(2x + 2)$ metros se construye una piscina rectangular de $(3x + 2)$ metros de largo y $(2x - 2)$ metros de ancho y se embaldosa el resto del terreno. Si $x > 2$ y el área de la región embaldosada es 136 metros cuadrados, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el valor de x ?

(DEMRE 2018)

- A) $(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 4) = 136$
- B) $(8x^2 + 2) - (6x^2 - 4) = 136$
- C) $(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 2x - 4) = 136$
- D) $(8x^2 + 2) - (6x^2 + 10x - 4) = 136$
- E) $(8x^2 + 8x) - (6x^2 - 10x - 4) = 136$



20. Si el área de un rectángulo es 75 cm^2 y el ancho del rectángulo mide 10 cm menos que su largo, ¿cuál es la medida de su largo?

(DEMRE 2019)

- A) 5 cm
- B) $\frac{55}{4}$ cm
- C) 15 cm
- D) $\sqrt{85}$ cm
- E) No existe un rectángulo con esas dimensiones

II. Resuelva los siguientes ejercicios de función cuadrática.

1. Dadas las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{3}x^2$ y $h(x) = 3x^2$. ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?

(DEMRE 2011)

- A) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$
- B) $g\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$
- C) $f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right)$
- D) $g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$
- E) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) = h\left(\frac{1}{3}\right)$

2. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s), con respecto a la función $f(x) = ax^2 + bx + c$?

(DEMRE 2012)

- I. Si $a < 0$, entonces la gráfica de la función es una parábola que se abre hacia abajo
- II. La gráfica de la función interseca al eje de las ordenadas en el punto $(0, c)$
- III. Si $a = 0$, $b \neq 0$ y $c \neq 0$, entonces f es una función afín

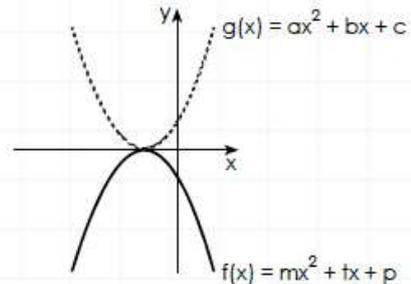
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III



3. En la figura adjunta se muestran dos parábolas de tal manera que una es la simétrica de la otra con respecto al eje x . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

(DEMRE 2013)

- I. $p + c = 0$
- II. $m > 0$ y $a < 0$
- III. $g(-1) = -f(-1)$



- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

4. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s), con respecto a las funciones de la forma $f(x) = x^2 - p$, con dominio los números reales?

(DEMRE 2015)

- I. Si $p > 0$, entonces la gráfica de f interseca al eje x en un solo punto
- II. Si $p < 0$, entonces la gráfica de f no interseca al eje x
- III. Si $p < 0$, entonces la ordenada del punto donde la gráfica de f interseca al eje y es positiva

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

5. Sea f una función cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = kx^2 + (k + 1)x + k + 2$, con k un número real distinto de cero. ¿Cuál de las siguientes relaciones debe cumplir el número k para que la gráfica de f interseca al eje x en un solo punto?

(DEMRE 2017)

- A) $\frac{-(k+1) + \sqrt{(k+1)^2 - 4k(k+2)}}{2k} = 0$
- B) $3k^2 + 6k - 1 = 0$
- C) $3k^2 + 6k - 1 > 0$
- D) $k = -1$
- E) Ninguna de las anteriores



6. Sean las funciones f y g , ambas con dominio el conjunto de los números reales, definidas por:
 $f(x) = x^2 + 3$ y $g(x) = (x - 3)^2$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

(DEMRE 2018)

- I. Las gráficas de f y g se intersectan en el punto $(1, 4)$
 - II. Si $x = 5$, entonces $f(x) - g(x) = 24$
 - III. Las pre-ímagenes del 7 según la función f son -2 y 2
- A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y II
D) Solo II y III
E) I, II y III

7. Sea la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ y con dominio el conjunto de los números reales. Si la gráfica de f no intersecta al eje x , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?

(DEMRE 2019)

- A) $a > 0$
B) $c > 0$
C) $b > 0$
D) $b^2 - 4ac < 0$
E) La recta de ecuación $y = c$ es tangente a la gráfica de f

8. Considere la función $f(x) = 2x^2 + 4x + 5$, con x en los números reales. El menor valor que alcanza la función es:

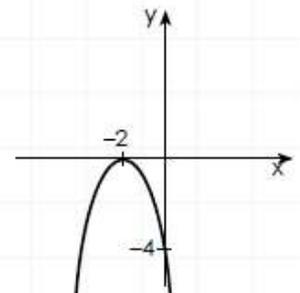
(DEMRE 2009)

- A) 5
B) 3
C) 2
D) 0
E) -1

9. ¿Cuál de las siguientes funciones representa mejor a la parábola de la figura adjunta?

(DEMRE 2011)

- A) $f(x) = -(-x - 2)^2$
B) $g(x) = -x^2 - 4^2$
C) $h(x) = (-x - 2)^2$
D) $m(x) = -(2 - x)^2$
E) $n(x) = (-x + 2)^2$





10. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa, con respecto a la función $f(x) = -(x^2 - 4)$, cuando x recorre todos los números reales?

(DEMRE 2014)

- A) La función toma un valor máximo
- B) Las ramas de la parábola asociada a la función se abren hacia abajo
- C) La gráfica de la función interseca al eje de las ordenadas en el punto $(0, -4)$
- D) La gráfica de la función interseca al eje de las abscisas en los puntos $(2, 0)$ y $(-2, 0)$
- E) El eje de simetría de la gráfica de la función es el eje y

11. Sea la función f definida por $f(x) = x^2 + 2ax - 1$, con $a \neq 0$ y dominio el conjunto de los números reales. El valor de x donde la función alcanza su valor mínimo es:

(DEMRE 2015)

- A) -1
- B) $3a^2 - 1$
- C) a
- D) $-a^2 - 1$
- E) $-a$

12. El gráfico de la función $f(x) = x^2 - qx - 3$ es una parábola. Se puede determinar el valor de q , si se sabe que:

(DEMRE 2016)

- (1) El gráfico de la parábola interseca al eje x en el punto $(-1, 0)$
- (2) Su vértice es el punto $(1, -4)$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

13. En los rectángulos en que el largo (x) es igual al doble del ancho, el área de ellos en función del largo es:

(DEMRE 2016)

- A) $(2x)^2$
- B) $2x^2$
- C) $\frac{1}{4}x^2$
- D) x^2
- E) $\frac{1}{2}x^2$



14. La altura $f(t)$ alcanzada, medida en metros, de un proyectil se modela mediante la función $f(t) = 20t - t^2$, donde t se mide en segundos desde que se lanza hasta que toca el suelo. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones se puede(n) deducir de esta información?

(DEMRE 2017)

- I. El proyectil cae a 20 metros de distancia de donde fue lanzado
- II. A los 10 segundos desde que el proyectil es lanzado, éste alcanza su altura máxima
- III. La gráfica de f tiene un eje de simetría

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

15. Sea $f:]-\infty, 3] \rightarrow B$, definida por $f(x) = (x - 3)^2$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

(DEMRE 2017)

- I. f no es inyectiva
- II. Si B es $[0, \infty[$, entonces f es epiyectiva
- III. Si f es biyectiva, entonces su inversa es $f^{-1}(x) = -\sqrt{x} + 3$, con x en B

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

16. La parábola que representa a la gráfica de una función cuadrática, cuyo dominio es el conjunto de los números reales, intersecta al eje de las ordenadas en el punto $A(0, 2)$ y tiene su vértice en el punto $B(2, -2)$. ¿Cuál de las siguientes funciones, con dominio el conjunto de los números reales, está asociada a esta parábola?

(DEMRE 2018)

- A) $g(x) = x^2 - 4x + 2$
- B) $h(x) = x^2 + 4x + 2$
- C) $p(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$
- D) $m(x) = x^2 + 4x + 3$
- E) No se puede determinar



17. Se lanza un objeto hacia arriba y su altura, en metros, se modela mediante la función: $f(t) = -t^2 + bt + c$, donde t es el tiempo transcurrido desde que es lanzado, en segundos, y $f(t)$ su altura. Se puede determinar la altura máxima alcanzada por el objeto, si se sabe que:

(DEMRE 2018)

- (1) El objeto es lanzado desde 10 metros de altura con respecto al suelo
 - (2) Toca el suelo por primera vez a los 10 segundos
- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

18. Si el eje y es el eje de simetría de una parábola asociada a una función cuadrática con dominio el conjunto de los números reales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) siempre verdadera(s)?

(DEMRE 2019)

- I. El vértice de la parábola pertenece al eje y
 - II. La recta que pasa por un punto de la parábola y por el vértice de ella tiene pendiente positiva
 - III. Una recta paralela al eje de simetría de la parábola la intersecta en un solo punto
- A) Solo I
B) Solo III
C) Solo I y II
D) Solo I y III
E) I, II y III

19. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s), con respecto a la función f definida por $f(x) = x^2 - 8$, para $x > \sqrt{8}$?

(DEMRE 2019)

- I. Modela el área de un rectángulo de lados $(x - \sqrt{8})$ cm y $(x + \sqrt{8})$ cm
 - II. Modela el área de un cuadrado de lado $(x - \sqrt{8})$ cm
 - III. Modela el área que queda de restar el área de un cuadrado de lado $\sqrt{8}$ cm al área de un cuadrado mayor de lado x cm
- A) Solo II
B) Solo I y II
C) Solo I y III
D) Solo II y III
E) I, II y III



20. Se puede determinar el valor numérico de la abscisa del vértice de la parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$, si se conoce:

(DEMRE 2019)

- (1) El valor numérico de c
(2) Los valores numéricos de los ceros de la función asociados a dicha parábola
- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

Respuestas:

I. Ecuación cuadrática

1.	E
2.	A
3.	B
4.	C
5.	C
6.	A
7.	B
8.	E
9.	C
10.	B
11.	B
12.	E
13.	A
14.	C
15.	C
16.	A
17.	A
18.	C
19.	C
20.	C

II. Función cuadrática

1.	B
2.	E
3.	C
4.	D
5.	B
6.	E
7.	D
8.	B
9.	A
10.	C
11.	E
12.	D
13.	E
14.	D
15.	D
16.	A
17.	C
18.	D
19.	C
20.	B