

Proporción

Una proporción es la igualdad de dos razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ó} \quad a : b = c : d$$

Términos medios

Términos extremos

Se lee: "a es a b como c es a d"

Propiedad fundamental

En toda proporción, el producto de los términos medios es igual al producto de los términos extremos (Teorema fundamental de las proporciones). Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{entonces} \quad a \cdot d = b \cdot c$$

Ejemplo: Si tenemos la proporción:

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

y le aplicamos la propiedad fundamental señalada queda:

$$3 \cdot 20 = 4 \cdot 15,$$

es decir, $60 = 60.$

Esta es la propiedad que nos permite detectar si dos cantidades presentadas como proporción lo son verdaderamente.

Proporcionalidad directa

Dos variables (una independiente x y la otra dependiente y) son directamente proporcionales si el cociente (división) entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

Además al aumentar o disminuir una de ellas, la otra aumenta o disminuye, respectivamente, en la misma razón.

Ejemplo:

- Indica si las variables son directamente proporcionales

a. La medida del lado de un cuadrado y su perímetro:

Respuesta **Sí**, porque a mayor longitud de sus lados mayor perímetro. (Si una variable aumenta la otra aumenta en la misma razón).

b. El número de trabajadores y los días que se demoran en hacer un trabajo, si todos trabajan de igual manera:

Respuesta: **No**, porque a mayor cantidad de trabajadores menos cantidad de días. (Si una variable aumenta, la otra disminuye en la misma razón).

¿Cómo se calcula la constante de proporcionalidad?

$$k = \frac{y}{x}$$

Calcula la constante de proporcionalidad:

x	3	6	7
y	6	12	14

$$k = \frac{6}{3}$$
$$k = 2$$

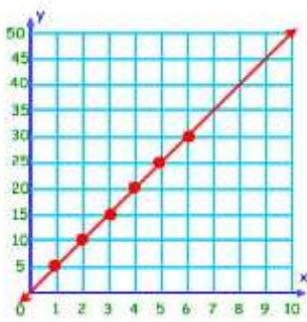
El cociente de las dos magnitudes es siempre el mismo (**constante**)

Gráfico de proporcionalidad directa

El gráfico correspondiente a una relación de proporcionalidad directa **es una línea recta** que pasa por el punto de origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

En una función de proporcionalidad directa, si una de las variables aumenta, la otra también aumenta en un mismo factor; y si una de las variables disminuye, la otra disminuye en un mismo factor.

x	1	2	3	4	5	6
y	5	10	15	20	25	30



Ejemplo:

Juan ha utilizado 20 huevos para hacer 4 tortillas iguales. ¿Cuántos huevos necesita para hacer 6 tortillas? ¿Y para hacer 2?

Grafica los resultados hasta 6 tortillas.

Como puedes ver, el gráfico es una línea recta que pasa por el origen. Además si nos fijamos en la tabla, nos podemos dar cuenta que el cociente (división) entre las dos magnitudes $\frac{y}{x}$ es constante. En este caso el valor de la constante de proporcionalidad es **5**.

Proporcionalidad inversa

Dos variables (una independiente x y la otra dependiente y) son **inversamente proporcionales** si el producto entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

$$(x \cdot y = k)$$

Ejemplos:

Indica si las variables son inversamente proporcionales.

a) El número de albañiles y el tiempo empleado en hacer el mismo edificio.

Respuesta: **Son inversamente proporcionales**, ya que con el doble, triple... número de albañiles se tardará la mitad, tercera parte de tiempo en construir el mismo edificio.

b) La velocidad de un auto y el trayecto recorrido en el mismo tiempo.

Respuesta: **No** es inversa ya que a tiempo constante, con el doble o el triple... de la velocidad, el auto recorrerá el doble, triple... de espacio.

¿Cómo se calcula la constante de proporcionalidad?

$$k = x \cdot y$$

Calcula la constante de proporcionalidad:

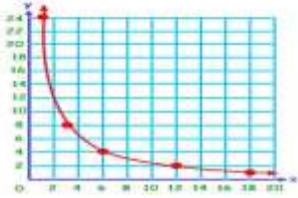
x	3	6	12
y	8	4	2

$$k = 3 \cdot 8$$

$$k = 24$$

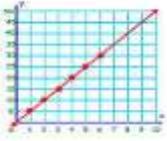
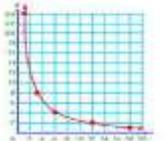
Gráfico de proporcionalidad inversa

x	3	6	12	1
y	8	4	2	24



La representación gráfica de esta función son puntos que pertenecen a una curva, llamada **hipérbola**.

Resumen: Observa el siguiente cuadro comparativo:

Proporción Inversa	
Al aumentar o disminuir una de las variables, la otra aumenta o disminuye respectivamente, en la misma razón. "A más... más y a menos... menos"	Si una variable aumenta, la otra disminuye en un mismo factor; y si una de las variables disminuye, la otra aumenta en un mismo factor. "A más... menos y a menos... más"
El gráfico es una línea recta que pasa por el origen (0) de coordenadas. 	El gráfico es una curva llamada hipérbola que no toca el origen ni los ejes- 
La constante de proporcionalidad se calcula $k = \frac{y}{x}$	La constante de proporcionalidad se calcula $k = x \cdot y$

Preguntas

- Si 5 m de género valen \$8500, ¿cuánto valen 8 m?
- Veinte alumnos hicieron una excursión y consumieron 15 botellas de jugo. ¿Cuántas botellas de jugo se habrían consumido, si hubieran ido los 50 alumnos del curso?
- A cierta hora de un día soleado, una persona, de 1,75 m de altura, proyecta una sombra de 1,25 m de longitud. Calcula la altura de un árbol del lugar que, en el mismo momento, tiene una sombra de 12 m de largo.
- Una piscina con un largo de 12cm y un ancho de 4cm., dibujada en un plano. Si en la realidad el largo es 36m, ¿cuál es el ancho?
- Rosa pesa 48 kilos y José pesa 52 kilos. Dividir una barra de chocolate de 200 gramos en la misma razón que sus pesos.
- Con el dinero que tengo, puedo comprar 20 chocolates a \$ 20 cada uno. Si los chocolates suben a \$ 25, ¿cuántos podré comprar?
- Si 25 telares producen cierta cantidad de tela en 60 horas, ¿cuántas horas emplearán 42 telares iguales en producir la misma cantidad de tela?