2º medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Semana 4
Clase 14

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

El objetivo de esta clase es determinar las coordenadas del vértice de la parábola mediante la forma canónica de la función cuadrática.

OA3

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Inicio

En la clase anterior vimos que el vértice de cualquier parábola se puede obtener mediante la fórmula $v = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$, la cual depende los coeficientes de **a**,**b** y **c**. Otra forma de poder obtener dichas coordenadas consiste en escribir la función en su fórma **canónica** y luego reconocer en su expresión algebraica los valores del vértice. Veamos un ejemplo:

Determinemos el vértice de la función $f(x) = 2x^2 - 16x + 35$, escribiéndola en su forma canónica:

$f(x) = 2x^2 - 16x + 35$, como $a \neq 0$ podemos factorizar solo los términos que contienen "x"

$f(x) = 2(x^2 - 8x) + 35$, debemos completar cuadrados y restar la constante sumada

$f(x) = 2[(x^2 - 8x + 16) - 16] + 35$, factorizamos el trinomio cuadrado perfecto como un cuadrado de binomio.

$f(x) = 2[(x-4)^2 - 16] + 35$, distribuimos el 2 y eliminamos los paréntesis

$f(x) = 2(x-4)^2 - 32 + 35$, sumamos las constantes

$f(x) = 2(x-4)^2 + 3$, he aquí la función cuadrática original escrita en su forma canónica.

Con la función canónica podemos obtener las coordenadas del vértice de la parábola sin usar la fórmula vista en la clase anterior. Así, su vértice se econtrará en el punto (**4,3**).

Definiremos **la forma canónica** como: la expresión algebraica de una función cuadrática cuando se escribe como: $\mathbf{f(x) = a(x-h)^2 + k}$, así se puede deducir directamente que el vértice de la parábola se encuentra en el punto (**h,k**).

Desarrollo

Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1:
Utilice el ejemplo anterior para encontrar las coordenadas del vértice de la función $f(x) = 3x^2 + 12x + 9$ y desarrollar la actividad 2 de la página 132 **del texto de estudio.**

¿Cómo podemos determinar expresión algebraica de una función si nos dan las coordenadas del vértice y un punto por donde pasa la gráfica?

Supongamos que el vértice de una parábola tiene coordenadas (**–1,3**) y cuya gráfica contiene al punto (**–2,1**), **usemos la forma canónica y reemplacemos los valores.**

$f(x) = a(x - (-1))^2 + 3$, hemos reemplazado los valores del vértice

$f(x) = a(x + 1)^2 + 3$, Necesitamos hallar “a”, como la función contiene al punto (-2,1) podemos reemplazar ese valor y despejar “a”

$f(-2) = a(-2 + 1)^2 + 3$, operando nos queda

$f(-2) = a + 3$, sabemos que la función evaluada en -2 es igual a 1
$1 = a + 3 \rightarrow a = -2$

La función en su forma canónica es $f(x) = -2(x + 1)^2 + 3$, para hallar su forma general solo nos basta desarrollar algebraicamente la función anterior, tal como lo habíamos visto en la clase anterior:

$f(x) = -2(x + 1)^2 + 3$, desarrollamos el cuadrado perfecto

$f(x) = -2(x^2 + 2x + 1) + 3$, realizamos el producto término a término

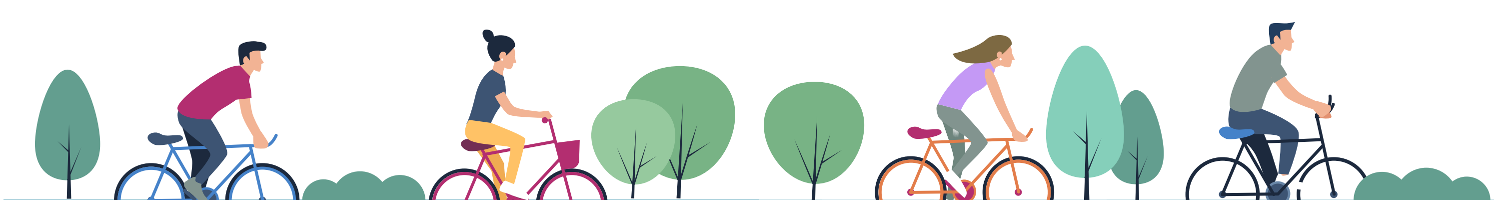
$f(x) = -2x^2 - 4x - 2 + 3$, Reducimos términos semejantes

$f(x) = -2x^2 - 4x + 1$, escrita en su forma general $f(x) = ax^2 + bx + c$

En conclusión, de una forma podemos llegar a la otra con métodos distintos. Además, de la forma canónica podemos obtener su vértice y el valor de “a” que nos permite saber la concavidad de la parábola y saber si tiene un mínimo o máximo. Por último, recordar que el punto en donde intersecta nuestro eje de simetría a la parábola es nuestro vértice, mediante el cual podemos obtener la forma algebraica del eje de simetría. Así, por ejemplo, en el caso anterior el vértice tiene abscisa –1, por lo tanto, el eje de simetría de nuestra parábola está dado por la recta x = –1.

Actividad 2:

Utilice el ejemplo anterior para hallar la forma canónica y general de la función cuadrática cuyo vértice es (2,5) y contiene al punto (3,7) y desarrollar la actividad 3 de la página 132 del **texto de estudio.**



Cierre

Evaluación de la clase
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **¿Cuál es la forma general de la función $f(x) = (x + 1)^2 – 3$?**

a) $f(x) = x^2 + 4x – 4$
b) $h(x) = x^2 + 2x – 2$
c) $i(x) = x^2 + 4x – 3$
d) $j(x) = x^2 + 2x – 4$

2 **Sea la función cuadrática $f(x) = 4x^2 + 24x + 30$, escrita en su forma canónica, es:**

a) $f(x) = 4(x + 6)^2 + 30$
b) $(x) = 4(x + 3)^2 + 30$
c) $(x) = 4(x + 3)^2 – 6$
d) $(x) = 4(x – 3)^2 – 6$

3 **¿Cuáles son las coordenadas del vértice de la función $f(x) = –5(x + 3)^2 – 10$?**

a) $v = (–3,–10)$
b) $v = (–5,3)$
c) $v = (–5,–10)$
d) $v = (3,–10)$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

2º medio

Texto escolar

Matemática

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Glosario

Forma canónica: se dice de la expresión algebraica de una función cuadrática cuando se escribe de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$.
Así, se puede deducir directamente que el vértice de la parábola se encuentra en el punto (h, k).

2. Otra forma de determinar el vértice de la parábola consiste en escribir la función en su **forma canónica** y luego reconocer en su expresión algebraica los valores de las coordenadas del vértice. Por ejemplo, determina el vértice de la parábola de $f(x) = 3x^2 + 30x + 71$, escribiéndola en su forma canónica:

$f(x) = 3(x^2 + 10x) + 71$ — *si $a \neq 0$, se factorizan los términos que involucran x por el valor de a.*

$f(x) = 3\left[\left(x^2 + 10x + \boxed{}\right) - \boxed{}\right] + 71$ — *se completa el cuadrado de binomio y se resta la constante sumada.*

$f(x) = 3\left[\left(x + \boxed{}\right)^2 - \boxed{}\right] + 71$ — *se factoriza el cuadrado de binomio.*

$f(x) = 3(x + 5)^2 - \boxed{} + 71$ — *se eliminan los paréntesis.*

$f(x) = 3(x + 5)^2 - 4$ — *se suman los valores constantes.*

Luego, la función escrita en forma canónica es $f(x) = 3(x + 5)^2 - 4$. De esta expresión, se concluye que el vértice de la parábola se ubica en el punto $(-5, -4)$.

¿Qué dificultades encontraste?, ¿cómo lo superaste?

3. Determina la expresión algebraica de la función cuadrática cuyo vértice está en $(2, -5)$ y cuya gráfica contiene al punto $(3, -9)$. Describe su gráfica.

Se representa la función en su forma canónica

$f(x) = a(x - h)^2 + k$ $\qquad f(x) = ax - (\boxed{})^2 - \boxed{}$.

Se reemplazan los valores del vértice $(2, -5)$

Se reemplaza el punto $(3, -9)$ porque pertenece a la gráfica de $f(x)$, por hipótesis.

$f(3) = a(3 - 2)^2 - 5 = -9$ $\qquad a = \boxed{}$

Entonces, la función es $f(x) = \boxed{}$ y, en su forma general,

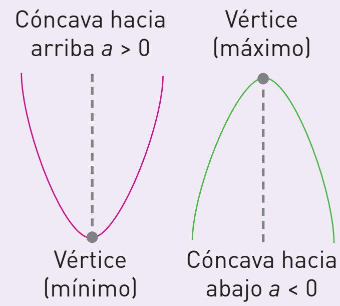
$f(x) = \boxed{}$.

Por hipótesis, el vértice se encuentra en $(2, -5)$ y su concavidad es ____________ (porque $a = \boxed{}$).

Además, como la primera coordenada del vértice es 2, el eje de simetría corresponde a la recta $\boxed{}$.

En resumen

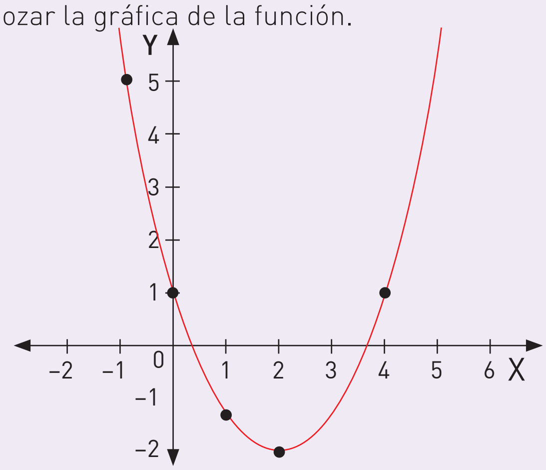
Al graficar una función cuadrática, se debe considerar el signo del coeficiente a para determinar la concavidad de la parábola.
Si $a > 0$, es cóncava hacia arriba, y su vértice es un punto mínimo. Si $a < 0$, es cóncava hacia abajo y su vértice es un punto máximo.



Se puede esbozar la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ de dos formas:

- Utilizando una **tabla de valores**, en la que para algunos valores de x, se calculen los valores de y. Luego, los puntos ubicados en el plano cartesiano se unen a mano alzada de los puntos para esbozar la gráfica de la función.

x	$y = ax^2 + bx + c$
x_1	$y_1 = a \cdot (x_1)^2 + b \cdot (x_1) + c$
x_2	$y_2 = a \cdot (x_2)^2 + b \cdot (x_2) + c$
x_3	$y_3 = a \cdot (x_3)^2 + b \cdot (x_3) + c$
x_4	$y_4 = a \cdot (x_4)^2 + b \cdot (x_4) + c$
$\vdots$	$\vdots$
x_n	$y_3 = a \cdot (x_n)^2 + b \cdot (x_n) + c$



- Ubicando los **principales puntos** de la gráfica, que luego se unen a mano alzada.

Intersección con el eje Y: se ubica en el punto $(0, c)$, donde c corresponde al término independiente de la función.

Intersección con el eje X: se ubican en los puntos $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$, donde x_1 y x_2 son soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
Existen dos, uno o ningún punto de intersección, dependiendo de las soluciones en los números reales de la ecuación.

Vértice de la parábola: es el punto máximo o mínimo de la parábola. Sus coordenadas están dadas por $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$.