2º medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Semana 4
Clase 13

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

El objetivo de esta clase es relacionar la forma general y la forma canónica de una función cuadrática y graficarla usando diversas estrategias.

OA3

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Inicio

- Recordemos que toda función cuadrática es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde **a**, **b** y **c** son parámetros que toman valores reales y a debe ser siempre distinto de cero. No todas las funciones de segundo grado pueden estar expresadas de la misma forma, pero si deben cumplir que el exponente máximo de la variable "x" sea 2. Veamos un ejemplo:

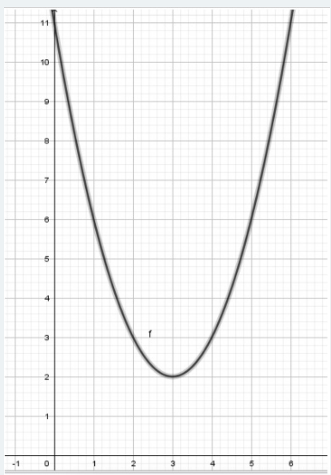
Consideremos que tenemos las funciones $f(x) = x^2 - 6x + 11$ y $g(x) = (x - 3)^2 + 2$ ¿Son funciones de segundo grado?, si, ya que ambas tienen como exponente máximo en la variable "x" el dos, pero ¿serán las mimas funciones? Podemos tomar algunos valores para "x" en ambas funciones y ver si es que les corresponden los mismos valores. Veamos la siguiente tabla:

Valores de "x"	$f(x) = x^2 - 6x + 11$	$g(x) = (x - 3)^2 + 2$
x = 0	$f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 11$ $f(0) = 11$	$g(0) = (0 - 3)^2 + 2$ $g(0) = 11$
x = 1	$f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 11$ $f(1) = 6$	$g(1) = (1 - 3)^2 + 2$ $g(1) = 6$
x = –1	$f(-1) = (-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 11$ $f(-1) = 18$	$g(-1) = (-1 - 3)^2 + 2$ $g(0) = 18$
x = 2	$f(2) = 2^2 - 6 \cdot 2 + 11$ $f(2) = 3$	$g(2) = (2 - 3)^2 + 2$ $g(0) = 3$
x = –2	$f(-2) = (-2)^2 - 6 \cdot (-2) + 11$ $f(-2) = 27$	$g(-2) = (-2 - 3)^2 + 2$ $g(0) = 27$

Según los valores obtenido en la tabla podemo decir que las funciones son iguales, ya que al evaluar los valores de "x", en ambas obtenemos los mismos valores resultantes, pero en su forma algebraica a primera vista no lucen iguales. Trabajemos un poco la segunda función:

$g(x) = (x - 3)^2 + 2$ **/desarrollando el cuadrado de binomio**
$g(x) = x^2 - 6x + 9 + 2$ **/reduzcamos términos semejantes**
$g(x) = x^2 - 6x + 11$

Si comparamos los coeficientes de a, b y c en ambas funciones son iguales, ya que para las dos **a = 1,b = –6** y **c = 11**. Teniendo en cuenta ambas funciones ¿cuál seria mas facil graficar? De acuerdo a la rapidez de la obtención de los puntos para graficar la parábola en el plano la segunda, es decir, g(x), pues solo se reemplaza una vez el valor de "x". Veamos la gráfica de ambas funciones y que información nos aportan la forma en cómo están escritas las funciones.



Al hacer la gráfica de ambas funciones reafirmamos que ambas funciones son las mismas, si nos damos cuenta la primera $f(x) = x^2 - 6x + 11$ nos aporta que el parámetro "c" nos indica la intersección de la parábola con el eje "y", por otro lado la segunda función $g(x) = (x - 3)^2 + 2$, los coeficientes tienen relación con la coordenada del vértice de nuestra parábola.
Podemos escribir una función cuadrática de dos formas distintas y verificar si son iguales por medio de una tabla de valores y su gráfica, pero además de ambas podemos a través de sus coeficientes obtener mayor información.

Desarrollo

Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1:
Utilice el ejemplo anterior para el desarrollo del taller de la página 130 del **texto de estudio.**

- Ya que la parábola tiene ciertas características gráficas, que se pueden obtener mediante el análisis de los coeficientes o parámetros de la forma gráfica de su función. Veamos un ejemplo:

Para graficar de una forma más eficiente la función $f(x) = 3x^2 + 3x - 6$, podemos encontrar los puntos de intersección de la parábola con sus ejes y su vértice.

¿En qué punto la función intersecta al eje "y"?

Hagamos **x = 0** en nuestra función $f(0) = 3 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 - 6 \rightarrow f(0) = -6$, luego el punto es $(0,-6)$. Esta información está directamente relacionada con el parámetro c, como vimos en la clase anterior.

¿En qué punto la función intersecta al eje "x"?

Debemos igualar la función a cero y luego aplicar la fórmula general.

$$3x^2 + 3x - 6 = 0; \quad a = 3, b = 3 \text{ y } c = -6 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 72}}{6} \rightarrow x = \frac{-3 \pm 9}{6} \rightarrow x_1 = \frac{6}{6} \rightarrow \mathbf{x_1 = 1} \text{ y } x_2 = \frac{-12}{6} \rightarrow \mathbf{x_2 = -2}$$

Luego, los puntos de intersección con el eje "**x**" son: (**1,0**)y (**–2,0**)

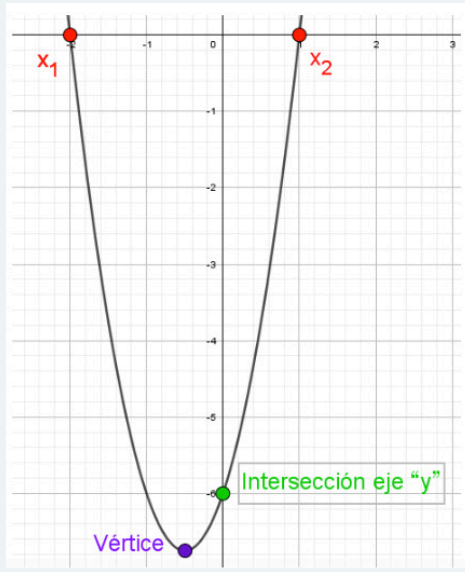
¿En qué punto se encuentra el vértice de nuestra función?

El vértice es el punto que corresponde al máximo o mínimo valor que toma la función y se puede obtener a partir de los parámetros de esta, es decir, de a, b y c; como el punto $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$, de nuestra función $f(x) = 3^2 + 3x - 6$, los valores de sus parámetros son $a = 3, b = 3$ y $c = -6$; reemplazando obtenemos:

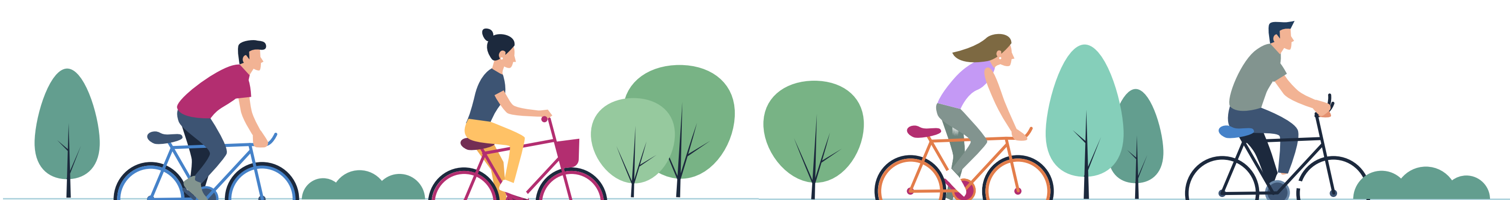
$$-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{2a}} = -\frac{3}{2 \cdot 3} \rightarrow -\frac{3}{6} \rightarrow -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \text{ y}$$

$$-\frac{\mathbf{b^2 - 4ac}}{\mathbf{4a}} = -\frac{3^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}{4 \cdot 3} \rightarrow -\frac{9 + 72}{12} \rightarrow -\frac{81}{12} \rightarrow -\frac{27}{4}$$

Luego el vértice tiene coordenadas $\left(-\frac{1}{2},-\frac{27}{4}\right)$ lo que es equivalente a tener (–0,5;–6,75), esta coordenada irá variando a medida que cambian los valores de los parámetros. Con todos los puntos e información obtenida, ubiquémoslos en el plano y luego grafiquemos nuestra parábola.



Actividad 2:
De acuerdo al ejemplo anterior guíate para desarrollar la actividad de proceso 1 de la página 131 del **texto de estudio.**



Cierre

Evaluación de la clase
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas es igual a $f(x) = (x + 2)^2 - 3$?**

a) $g(x) = x^2 + 4x - 3$
b) $h(x) = x^2 + 4x + 10$
c) $i(x) = x^2 + 4x - 1$
d) $j(x) = x^2 + 4x + 7$

2 **Sea la función $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, ¿en qué punto intersecta al eje "y"?**

a) (0,1)
b) (–1,0)
c) (1,0)
d) (0, –1)

3 **¿Cuáles son las coordenadas del vértice de la función $f(x) = x^2 + 10x + 28$?**

a) v = (0,28)
b) v = (3,5)
c) v = (–5,3)
d) v = (5,3)

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

2º medio

Texto escolar

Matemática

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Tema 2: ¿Cómo se interpretan los parámetros de la gráfica?

¿Qué aprenderé?
A relacionar la forma general y la forma canónica de una función cuadrática y graficarla usando diversas estrategias.

¿Para qué?
Al graficar funciones cuadráticas es posible conocer de forma detallada la parábola y sus principales puntos.

Actividad en pareja

Taller

1. Consideren las funciones $f(x) = x^2 + 4x + 3$ y $g(x) = (x + 2)^2 - 1$. ¿Son iguales o distintas estas funciones?, ¿cómo pueden determinarlo? Comenten.

2. Cada uno de ustedes escoja una de las funciones y determine algún punto que pertenezca a la gráfica de la función, reemplazando un valor cualquiera en su expresión algebraica. Escojan seis valores distintos y completen la tabla.

Usa calculadora
Para explorar

x	$f(x)$	$g(x)$

3. Según los valores de la tabla, ¿las funciones $f(x)$ y $g(x)$ son iguales o distintas? Justifiquen su respuesta.

4. Según su representación algebraica, ¿las funciones $f(x)$ y $g(x)$ son iguales o distintas?, ¿por qué?

5. Observando la expresión algebraica, ¿cuál de ellas les parece más fácil de graficar?, ¿por qué?

6. Grafiquen cada función en un plano cartesiano. ¿Se pueden reconocer los valores de los coeficientes en cada caso con los puntos de la gráfica? Expliquen.

	Individualmente	Grupalmente
¿Cómo trabajé el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○
¿Cómo trabajó mi compañero(a) el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○

Actividades de proceso

1. Ya que la parábola tiene ciertas características gráficas, es posible esbozar su gráfica a partir de algunos puntos principales que se pueden calcular a partir de los coeficientes de la función. Por ejemplo, para graficar $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$, podemos buscar los puntos de intersección con los ejes, y el vértice.

a. ¿En qué punto la función interseca el eje Y?

Para calcular el punto de intersección con el eje Y, se reemplaza en la función el valor asociado de x.

Entonces, $f(0) = 2 \cdot 0^2 - 8 \cdot 0 + 6 = \boxed{}$.
Luego, el punto es (0, ______)

b. ¿En qué punto la función interseca el eje X?

Para calcular el o los puntos de intersección con el
eje X, se iguala la función a cero y se resuelve la ecuación correspondiente.

Entonces de la ecuación $2x^2 - 8x + 6 = 0$ se obtienen las soluciones $x_1 = \boxed{}$ y $x_2 = \boxed{}$. Luego, los puntos son (______, 0) y (______, 0).

c. ¿En qué punto se encuentra el vértice de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$?

El vértice se puede obtener a partir de sus coeficientes a, b y c como el punto $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

Los coeficientes de $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ son $a = \boxed{}$, $b = \boxed{}$ y $c = \boxed{}$, y se reemplazan en $-\frac{b}{2a} = \boxed{}$ y $-\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \boxed{}$.

Luego, el vértice es el punto $\boxed{}$.

d. Ubica todos los puntos calculados en el siguiente gráfico. Luego, únelos a mano alzada para obtener la gráfica de la función.