

2°
medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Semana 3
Clase 10

Matemática



El objetivo de esta clase es modelar y resolver situaciones de la vida diaria utilizando las funciones cuadráticas.

OA3

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Inicio



Como vimos en la clase anterior, la optimización es una de las aplicaciones en las que más se utiliza la función cuadrática, uno de los datos importantes lo indica el vértice, pues aporta nuestro máximo o mínimo valor esperado.

El ancho de un rectángulo tiene una medida de x cm, mientras que el largo tiene una medida de $18-x$ cm. Si el área del rectángulo corresponde al producto entre su ancho y su largo. **¿Qué medida debe tener el ancho del rectángulo para que su área sea máxima? ¿cuánto medirá su área máxima?**

Modelemos la función que representa el área de un rectángulo respecto a su ancho x .

$$A(x) = x \cdot (18 - x)$$

$$A(x) = 18x - x^2$$

podemos hallar las coordenadas del vértice para conocer el valor del ancho del rectángulo para que su área sea máxima.

$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$, sabiendo que $a = -1$, $b = 18$ y $c = 0$, reemplacemos.

$$V = \left(-\frac{18}{2 \cdot -1}, -\frac{18^2 - 4 \cdot -1 \cdot 0}{4 \cdot -1} \right)$$

$$V = (9, 81)$$

La medida que debe tener el ancho para que su área sea máxima es de **9 cm**, su área sería de **81 cm²**.

¿cuánto medirá su largo? ¿Qué ocurre con las medidas del largo y el ancho cuando se desea obtener el máximo de área posible?

Si el ancho mide 9 cm, entonces el largo está dado por $18 - x$, es decir, $18 - 9 = 9$ cm. Ambas medidas medirán lo mismo para que su área sea máxima, lo que convierte al rectángulo en una región cuadrangular.

Desarrollo



Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1:

Mediante el ejemplo anterior desarrolle la actividad de la página 144 del texto de estudio.



Recordemos que el valor que toman las variables en una función cuadrática, debe ser pertinente con el problema planteado. Veamos un ejemplo:

La distancia recorrida por un vehículo que viaja en línea recta se puede modelar con $x(t) = 3t^2 + 0,2t$, donde $x(t)$, está expresado en metros y t , en segundos.

¿Qué distancia ha recorrido al cabo de 10 segundos?

Para saber la distancia, debemos reemplazar en la función $x(t)$, el valor de $t = 10$

$$x(10) = 3 \cdot 10^2 + 0,2 \cdot 10$$

$$x(10) = 3 \cdot 100 + 2$$

$$x(10) = 302$$

Al cabo de 10 m segundos el vehículo lleva una distancia de 302 m.

¿Cómo podemos saber cuánto tiempo ha transcurrido cuando el chofer del vehículo ha recorrido una distancia de 7510 m desde su partida?

En este caso tenemos la distancia en metros y nos piden el tiempo en segundos que ha transcurrido para llegar a los 7510 m, por lo tanto tenemos que reemplazar en la variable dependiente y despejar t .

$$x(t) = 3t^2 + 0,2t$$

$$7510 = 3t^2 + 0,2t \text{ / iguala a cero}$$

$$3t^2 + 0,2t - 7510 = 0 \text{ /aplica la fórmula general}$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ sabiendo que } a = 3, b = 0,2 \text{ y } c = -7510$$

$$t = \frac{-0,2 \pm \sqrt{0,2^2 - 4 \cdot 3 \cdot -7510}}{2 \cdot 3}$$

$$t = \frac{-0,2 \pm \sqrt{0,04 + 90120}}{6}$$

$$t = \frac{-0,2 \pm \sqrt{90\,120,04}}{6}$$

$$t = \frac{-0,2 \pm 300,2}{6}$$

$$t_1 = \frac{-0,2 \pm 300,2}{6} = \frac{300}{6} = 50 \text{ segundos}$$

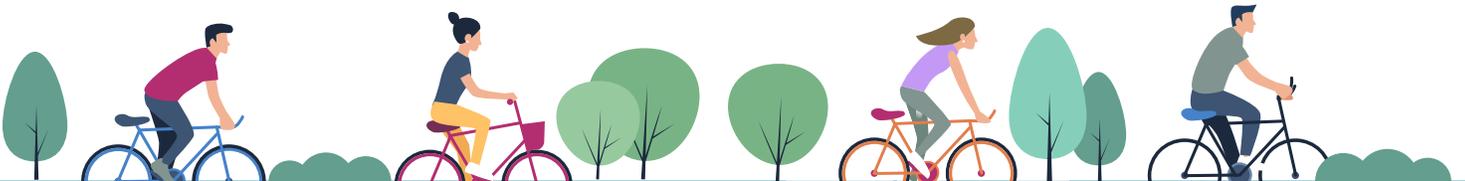
$$t_2 = \frac{-0,2 \pm 300,2}{6} = \frac{300,4}{6} = -50,0\bar{6} \text{ segundos}$$

Si no damos cuenta tenemos dos resultados posibles, pero el correcto es el que tiene coherencia, si el vehículo avanza 7510 metros tiene que haberse demorado 50 segundos. No podemos usar el segundo valor, pues el tiempo solo se mide en valores positivos.



Actividad 2:

Mediante el ejemplo anterior desarrolle la **actividad 5** de la **página 145** del **texto de estudio**.



Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

El ancho de un rectángulo tiene una medida de x cm, mientras que el largo tiene una medida de $12 - x$ cm. ¿Qué medida debe tener el ancho del rectángulo para que su área sea máxima?

- a) 6 cm
- b) 12 cm
- c) 8 cm
- d) 36 cm

2

La distancia recorrida por un vehículo que viaja en línea recta se puede modelar con $x(t) = 2t^2 + 0,1t$, donde $x(t)$ está expresado en metros y t en segundos. ¿Qué distancia ha recorrido al cabo de 1 minuto?

- a) 2,1 m
- b) 7206 m
- c) 7200,1 m
- d) 200,1 m

3

La altura de un triángulo tiene una medida de $4x$, mientras que la base tiene una medida de $6 - x$. Sabiendo que el área de un triángulo es el producto entre la base y su altura, dividido en dos, ¿qué medida debe tener la altura del triángulo para que su área sea máxima?

- a) 16
- b) 18
- c) 12
- d) 3

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

2°
medio

Texto escolar

Matemática

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Y él
¿quién es?



Isaac Newton
(1643-1727)

Físico, filósofo, alquimista, inventor, teólogo y matemático inglés. Autor de los *Principia*, donde describe la ley de la gravitación universal, estableció además las bases de la mecánica clásica mediante las leyes que llevan su nombre. También destacan sus trabajos sobre la naturaleza de la luz y la óptica y el desarrollo del cálculo integral y diferencial, que utilizó para formular sus leyes de la física. Además, desarrolló el teorema del binomio y las fórmulas de Newton-Cotes.

Newton fue el primero en aplicar las mismas leyes naturales a los fenómenos en la Tierra que a los observados en el movimiento de los cuerpos celestes.

A menudo, es calificado como el científico más grande de todos los tiempos y su obra es considerada como la culminación de la revolución científica.

Actividades de práctica

- Si Antonio ha calculado que el costo para fabricar cada uno de sus productos es de \$500 más un costo fijo de \$40 000, de manera que el costo total C respecto de la cantidad de artesanías x está dado por la función $C(x) = 500x + 40\,000$, entonces su ganancia G corresponde a la diferencia entre el ingreso total y el costo total, es decir $G = I - C$. ¿A qué precio debe vender Antonio cada uno de sus productos para que su ganancia sea máxima?
 - Determina el ingreso total I y el costo C en función del precio de venta v .
 - Calcula la función de ganancia $G(v) = I(v) - C(v)$ a partir de las funciones calculadas.
 - ¿Cuál es el vértice de la parábola de la función $G(v)$?, ¿cómo se interpreta en este contexto?
 - ¿Por qué crees que el precio de venta del producto obtenido en ambas situaciones es distinto? Explica.
- Ciencias naturales.** Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto A desde el suelo, con una rapidez inicial de 15 m/s. Al mismo tiempo, se deja caer otro objeto B (con rapidez inicial 0 m/s) desde una altura de 30 m. La altura y de los objetos en cada instante t está dada por $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, donde y_0 corresponde a la altura inicial, v_0 a la rapidez inicial del objeto y g a la aceleración de gravedad terrestre, que se puede aproximar a 10 m/s².
 - ¿Cuál es la función que representa la altura de los objetos A y B respecto del tiempo?
 - ¿En qué instante el objeto A alcanza la altura máxima?, ¿a qué altura corresponde?
 - ¿En qué instante los objetos A y B llegan al suelo?
 - En un mismo plano cartesiano, grafica las funciones $y_A(t)$ e $y_B(t)$. A partir de estas gráficas, determina en qué instante ambos objetos alcanzan la misma altura y a qué altura corresponde. Explica qué procedimiento utilizaste para encontrarla.
- El ancho de un rectángulo tiene una medida de x cm, mientras que el largo tiene una medida de $10 - x$ cm. Si el área del rectángulo corresponde al producto entre su ancho y su largo, entonces:
 - ¿Qué función representaría al área A del rectángulo respecto de su ancho x ?
 - ¿Qué medida debe tener el ancho del rectángulo para que su área sea máxima?, ¿cuánto medirá su área máxima?
 - ¿Cuánto deberá medir el largo del rectángulo?
 - Observando las medidas de largo y ancho obtenidas, ¿qué ocurre con el rectángulo al tener el máximo de área posible? Explica.

4. María José decide vender volantines durante septiembre. El costo total C en función de la cantidad de volantines x es de $C(x) = 60x + 7000$. En el precio de venta v que se va a fijar por cada volantín influye en la cantidad de volantines que se estima que se venderán según la función $x(v) = -0,6v + 500$. Además, el ingreso total I en función de la cantidad de volantines vendidos está dado por $I(x) = vx$ y la ganancia G percibida por María José está dada por $G = I - C$.
- ¿Cuál es la función correspondiente al ingreso total I y el costo total C respecto del precio de venta v ?
 - Si María José quiere obtener el máximo de ingresos, ¿a qué precio debe vender cada volantín?, ¿cuál sería el ingreso máximo de María José?
 - ¿Qué función corresponde a la ganancia G respecto del precio de venta v ?
 - ¿A qué precio debe vender María José para que su ganancia sea máxima?, ¿cuál es esa ganancia máxima?
5. La distancia recorrida por una moto que viaja en línea recta se puede modelar con $x(t) = 8t + 3t^2$, donde $x(t)$ está expresada en metros y t , en segundos.
- ¿Qué distancia ha recorrido al cabo de 4 segundos?
 - ¿Cuánto tiempo ha transcurrido cuando el motorista recorre una distancia de 380 m desde su partida?
6. Florencia, una clavadista, se prepara para su salto sobre una plataforma a 10 m sobre la superficie del agua. La altura de la clavadista mientras cae al agua, en metros, está dada por la expresión $h(t) = -5t^2 + \frac{7}{6}t + 10$, donde t es el tiempo, en segundos, después del salto. ¿Cuánto tiempo tarda Florencia en alcanzar una distancia de 1 m sobre el nivel del agua?



Paolo Bona / Shutterstock.com

¿Qué aprendí hoy?

La altura de un avión que vuela entre dos ciudades se puede modelar con la función $h(t) = 800t - 30t^2$, donde h es la altura en metros y t es el tiempo en minutos transcurridos una vez que despegó el avión.

- ¿Cuánto dura el viaje?

- ¿En qué instante alcanza la altura máxima?

- ¿A qué altura comienza su descenso?

Cuaderno
página 66