

2°
medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Semana 3
Clase 9

Matemática



El objetivo de esta clase es modelar y resolver situaciones de la vida diaria utilizando las funciones cuadráticas.

OA3

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Inicio



- La función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ como modelo matemático permite representar fenómenos naturales, como la altura de un cuerpo respecto del tiempo al lanzarlo verticalmente, o bien, en caída libre, así como en problemas de optimización, cuyo objetivo es encontrar el valor de la variable independiente x para que la variable dependiente y sea máxima o mínima, como el precio de venta de un producto para obtener una ganancia máxima. Veamos un ejemplo.

Veamos un ejemplo:

El dueño de una pastelería en Aysén, está vendiendo nuevos pasteles con relleno de frutos locales tipo postre y necesita determinar cuál debe ser el precio de venta para obtener las mayores ganancias. El precio debe ser tal que permita cubrir los costos de producción y el trabajo realizado. Se ha calculado que la ganancia obtenida está dada por la función $G(p) = -\frac{1}{4}p^2 + 500p - 150\,000$, donde p es el precio en que se vende cada pastel.

¿De cuánto sería la ganancia si vendiera cada pastel a 700 pesos?

$$G(p) = -\frac{1}{4}700^2 + 500 \cdot 700 - 150\,000$$

$$G(p) = -\frac{1}{4} \cdot 490\,000 + 350\,000 - 150\,000$$

$$G(p) = -122\,500 + 350\,000 - 150\,000$$

$$G(p) = 77\,500$$

¿Cuál sería la ganancia si la vende al doble del precio anterior?

$$G(p) = -\frac{1}{4} 1\,400^2 + 500 \cdot 1\,400 - 150\,000$$

$$G(p) = -\frac{1}{4} \cdot 1\,960\,000 + 700\,000 - 150\,000$$

$$G(p) = -490\,000 + 350\,000 - 150\,000$$

$$G(p) = 60\,000$$

Si nos damos cuenta al aumentar el valor de los pasteles al doble, la ganancia bajó 17 500 pesos ¿cuál debiese ser el valor de los pasteles para obtener la máxima ganancia?

Si nos damos cuenta la función tiene un **máximo**, pues el valor del parámetro **a es negativo** y corresponde al **vértice** de nuestra parábola. Es necesario calcular las coordenadas del vértice, el cual nos indicará el valor de cada pastel y además su ganancia máxima:

$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$, sabiendo que $a = -\frac{1}{4}$, $b = 500$ y $c = -150\,000$, reemplacemos.

$$V = \left(-\frac{500}{2 \cdot -\frac{1}{4}} - \frac{500^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot -150\,000}{4 \cdot -\frac{1}{4}} \right)$$

$$V = \left(-\frac{500}{-\frac{1}{2}} - \frac{250\,000 - 1 - 150\,000}{-1} \right)$$

$$V = (1\,000, 100\,000)$$

R: Cada pastel debería venderse a 1 000 pesos para obtener la máxima ganancia que sería 100 000 pesos.

Desarrollo



Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1:

Mediante el ejemplo anterior, desarrolle el taller de la página 142 del texto de estudio.



- Algo importante que se debe considerar que los valores que pueden tomar ambas variables están determinados y restringidos por las características que describen. Por ejemplo, si una de las variables es el tiempo, esta magnitud no puede tener valores negativos. Veamos otro ejemplo.

Javiera tiene una tienda de cosméticos exclusiva para personas del teatro, analiza los precios y la cantidad de productos vendidos para fijar el precio de venta. Ella ha observado que, de acuerdo a la demanda, la cantidad de productos vendidos disminuye al aumentar el precio de venta, según la función $x(v) = -0,5v + 800$, donde x corresponde a la cantidad de productos y v al precio de venta. Como corresponde, el ingreso total I , obtenido en la venta respecto de la cantidad de productos vendidos x , está dado por la función $I(x) = vx$.

¿A qué precio debe vender Javiera cada uno de sus productos para tener el máximo ingreso con la venta?

Expresemos el ingreso total en función del precio de la venta v . El ingreso total de la venta está dado por la función $I(x) = vx$, la cantidad x esta dado por $x(v) = -0,5v + 800$. Al reemplazar se obtiene que el ingreso total I en función del precio de venta v corresponde a:

$$I(v) = v \cdot (-0,5v + 800)$$

Resolviendo algebraicamente se obtiene la función cuadrática:

$$Iv = -0,5v^2 + 800v$$

Calculemos el vértice de la función Iv , pues ya sabemos que nos indica el máximo

$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$, sabiendo que $a = -0,5$, $b = 800$ y $c = 0$, reemplacemos.

$$V = \left(-\frac{800}{2 \cdot -0,5}, -\frac{800^2 - 4 \cdot -0,5 \cdot 0}{4 \cdot -0,5} \right)$$

$$V = \left(-\frac{800}{-1}, -\frac{640\,000 - 0}{-2} \right)$$

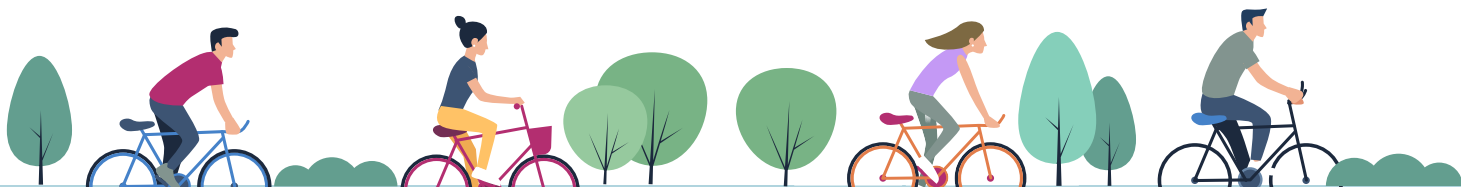
$$V = (800, 320\,000)$$

Interpretemos las coordenadas, la abscisa indica que el producto de se debe vender a 800 y la ordenada indica que el ingreso máximo sería de 320 000.



Actividad 2:

Mediante el ejemplo anterior desarrolle la **actividad de proceso** de la **página 143** del **texto de estudio**.



Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

La ganancia obtenida por la venta de minipizzas está dada por la función $G(p) = -0,2p^2 + 400p - 100\,000$, donde p es el precio en que se vende cada una. ¿Cuál será la ganancia obtenida si cada minipizza se vendiera a \$500?

- a) \$75 000
- b) \$150 000
- c) \$100 000
- d) \$50 000

2

Del ejercicio anterior, ¿cuál sería la ganancia total si las minipizzas se vendieran a \$750?

- a) \$75 000
- b) \$87 000
- c) \$90 000
- d) \$92 000

3

Del ejercicio anterior, ¿a cuánto se debería vender cada pizza para obtener la máxima ganancia?

- a) \$1 000
- b) \$750
- c) \$1 200
- d) \$1 500

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

2º
medio

Texto escolar

Matemática

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Tema 4: ¿En qué situaciones se aplican las funciones cuadráticas?

✓ ¿Qué aprenderé?

A modelar y resolver situaciones utilizando funciones cuadráticas.

✓ ¿Para qué?

Para resolver problemas de otro contexto modelando situaciones en las que se utilice la función cuadrática.

Ayuda

El resultado de todo problema matemático con un contexto determinado debe ser interpretado ajustándose a dicho contexto. Sean cantidades o mediciones, todo resultado numérico de este tipo debe tener alguna unidad de medida asociada o alguna descripción que sea **pertinente** a la solución del problema.

Taller

La señora Laura desea vender empanadas y necesita determinar cuál debe ser el precio de venta para obtener las mayores ganancias. El precio debe ser tal que permita cubrir los costos de producción y el trabajo realizado.



- 1 Si se ha calculado que la ganancia obtenida está dada por la función $G(p) = -\frac{1}{5}p^2 + 350p - 100\,000$, donde p el precio en que se vende cada empanada (en pesos).
 - a. ¿De cuánto será la ganancia si vendiera cada una a \$1000?
 - b. ¿Qué ocurrirá con la ganancia si las vendiera a \$400? Expliquen.
 - c. ¿Qué ocurrirá si las vendiera a un precio menor? Justifiquen.
- 2 Al observar la expresión algebraica de la función $G(p)$, ¿es posible decidir si la función tiene un valor máximo o mínimo?, ¿a qué punto de la gráfica se asocia este valor?
 - a. En el contexto del problema, ¿cómo se interpreta dicho valor?
 - b. Entonces, ¿a cuánto debe vender cada empanada la señora Laura para que su ganancia sea máxima?
 - c. ¿Cuál sería esa ganancia?

¿Cómo trabajé el taller?

Individualmente



Grupalmente



¿Cómo trabajó mi compañero(a) el taller?

Individualmente



Grupalmente



Actividades de proceso

Antonio analiza los precios y la cantidad de productos vendidos para fijar el precio de venta de sus artesanías. Él ha observado que, de acuerdo a la **demanda**, la cantidad de productos vendidos disminuye al aumentar su precio de venta, según la función $x(v) = -0,25v + 600$, donde x corresponde a la cantidad de artesanías y v al precio de venta. Como corresponde, el ingreso total I , obtenido en la venta respecto de la cantidad de productos vendidos x , está dado por la función $I(x) = vx$. ¿A qué precio debe vender Antonio cada uno de sus productos para tener el máximo de ingresos con la venta?



- a. Expresa el ingreso total en función del precio de venta v .

El ingreso total de la venta está dado por la función $I(x) = vx$

La cantidad x está dada por $x(v) = -0,25v + 600$

Al remplazar se obtiene que el ingreso total I en función del precio de venta v corresponde a:

$$I(v) = v \cdot (\quad)$$

Resolviendo algebraicamente se obtiene la función cuadrática:

$$I(v) = \quad$$

- b. Calcula el vértice de la parábola de la función $I(v)$ e interprétalo.

El vértice corresponde al punto $\quad$ de la parábola. Al calcularlo se obtiene la coordenada:



El producto se debe vender a \$ $\quad$ para obtener un ingreso máximo de \$ $\quad$.

Glosario

Demanda: disposición de los consumidores para pagar, pudiendo hacerlo, el precio de un producto. En economía, la ley de la demanda establece que el precio de venta de un bien es inversamente proporcional a su demanda. Es decir, si se aumenta el precio de venta de un producto, menos cantidad de gente lo comprará.

En resumen

La función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ como modelo matemático permite representar fenómenos naturales, como la altura de un cuerpo respecto del tiempo al lanzarlo verticalmente, o bien, en caída libre, así como problemas de optimización, cuyo objetivo es encontrar el valor de la variable independiente x para que la variable dependiente y sea máxima o mínima, como el precio de venta de un producto para obtener una ganancia máxima.

Se debe considerar que los valores que pueden tomar ambas variables están determinados y restringidos por las características que describen. Por ejemplo, si una de las variables es el tiempo, esta magnitud no puede tener valores negativos. Así, en la gráfica se debe contemplar solo los valores permitidos en cada variable.