

Debes saber...

- El principio multiplicativo indica que, dado un experimento E_1 con n casos posibles, y otro experimento E_2 con m casos posibles, el experimento que resulta al realizar E_1 y luego E_2 tiene $n \cdot m$ casos posibles.

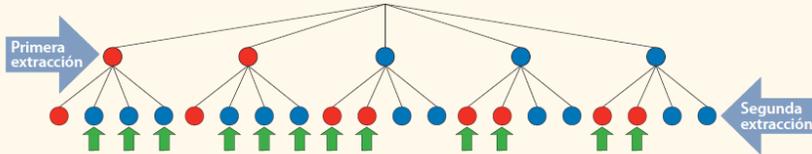
Producto y suma de probabilidades

Taller

En parejas, lean y realicen las siguientes actividades.

Una urna contiene dos bolitas rojas y tres azules y se extraen dos de ellas, consecutivamente. ¿Cuál es la probabilidad de extraer dos bolitas de distinto color?

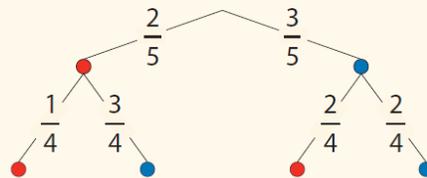
Para analizar esta situación, se puede utilizar un **diagrama de árbol** en el que se registran todos los casos posibles al realizar cada extracción, y se señalan los casos favorables al experimento.



Podemos observar que al realizar la primera extracción hay 5 bolitas que pueden ser escogidas, mientras que al realizar la segunda hay solo 4. Así, por principio multiplicativo, el experimento tiene $5 \cdot 4 = 20$ casos totales.

- ¿Cuál es la probabilidad de extraer dos bolitas de distinto color? Utilice la regla de Laplace.
- El primer caso favorable (señalado por la primera flecha, de izquierda a derecha) corresponde a la combinación de resultados "primera bolita roja y segunda bolita azul". Describan, en palabras, las combinaciones de resultados que conforman los casos favorables.
- Determinen** la probabilidad de los siguientes sucesos:
 - Que la primera bolita sea roja.
 - Que la primera bolita sea azul.
 - Que la primera bolita sea roja y la segunda sea azul.
 - Que la primera bolita sea azul y la segunda sea roja.

El diagrama de árbol realizado anteriormente se puede resumir considerando que, en realidad, cada extracción tiene dos resultados esencialmente distintos (que la bolita sea roja o que sea azul), a los que podemos cada vez, asignar una probabilidad, como se muestra:

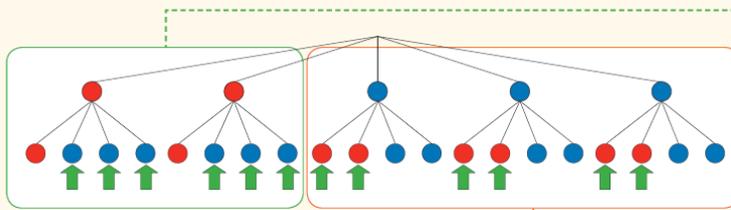


- Identifiquen** nuevamente los casos favorables (en este caso son dos). ¿Cuál era la probabilidad de cada uno? ¿Qué operación relaciona estas cantidades con las probabilidades asociadas a la primera y la segunda extracción?

5 En la pregunta 1 determinaron la probabilidad de ganar. ¿Qué operación relaciona esta probabilidad con las probabilidades de cada caso favorable? Expliquen.

El suceso "extraer dos bolitas de distinto color" está compuesto de dos casos: que la primera bolita sea roja y la segunda azul, y que la primera sea azul y la segunda roja. Se trata de sucesos **mutuamente excluyentes**, pues no pueden ocurrir simultáneamente.

Para calcular la probabilidad de cada caso, analizamos lo que ocurre en cada extracción, como se muestra:



Caso roja y azul: Hay dos casos favorables en la primera extracción, y tres en la segunda. Por lo tanto, hay $2 \cdot 3 = 6$ casos favorables.

Caso azul y roja: Hay tres casos favorables en la primera extracción, y dos en la segunda. Por lo tanto, hay $3 \cdot 2 = 6$ casos favorables.

Por lo tanto:

$$P(\text{roja y azul}) = \frac{6}{20} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$$

$$P(\text{azul y roja}) = \frac{6}{20} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$$

Probabilidad de que la primera bolita sea roja.

Probabilidad de que la segunda bolita sea azul si la primera fue roja.

Probabilidad de que la primera bolita sea azul.

Probabilidad de que la segunda bolita sea roja si la primera fue azul.

Para ganar, puede ocurrir el caso roja y azul o bien el caso azul y roja. Luego:

$$P(\text{dos bolitas de distinto color}) = P(RyA) + P(AyR) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20}$$

En general, cuando un suceso está formado por casos que deben ocurrir sucesivamente (es decir, que suceda uno **y** el otro) podemos **multiplicar** sus probabilidades. Además, si un suceso está compuesto por distintos casos mutuamente excluyentes, **sumamos** sus probabilidades.

Razona

y comenta

- Danitza plantea que la probabilidad de obtener una bolita roja es $\frac{2}{5}$, y la de extraer una azul es $\frac{3}{5}$. Por lo tanto, la probabilidad de obtener bolitas de distinto color es $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25}$. ¿Qué error cometió?
- Resuelve el problema planteado en la lección calculando la probabilidad del complemento, es decir, de que las bolitas sean del mismo color.

En resumen

Si en un experimento debe ocurrir primero un suceso A (con probabilidad $P(A)$) y luego un suceso B (con probabilidad $P(B)$) luego de que ocurre A, se tiene que:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B)$$

Si un suceso C se compone de dos sucesos A y B mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(C) = P(A) + P(B)$$

Repaso

- Determina** para cada situación el espacio muestral y la probabilidad del suceso correspondiente.
 - Se lanzan 2 dados, y el producto de los números obtenidos es 12.
 - Se lanzan tres monedas, y se obtienen tres sellos.
 - Escoger una carta de una baraja inglesa (sin comodines), anotar su pinta, devolverla y extraer otra, y que ambas sean de picas.
 - Escoger al azar dos días de una semana, y que ambos correspondan al fin de semana (sábado o domingo).
 - Escoger al azar un número mayor que 9 y menor que 100, y que la suma de sus cifras sea igual a 11.
- Calcula** las probabilidades de que ocurran los siguientes sucesos, considerando el experimento aleatorio que consiste en extraer una carta de un mazo de 52 naipes (sin comodines). Considera que el As es igual a 1.
 - Obtener una carta mayor que 2 o múltiplo de 5.
 - Obtener un 3 o un naipe cuya pinta sea trébol.
 - Obtener un Rey o un As.
 - Obtener una carta mayor que 10 o menor que 5.
 - Obtener una carta de pinta negra, o una figura de picas.
 - Obtener un As, o un corazón.
 - No obtener un trébol, u obtener una carta de pinta roja.
 - No obtener una figura, o bien no obtener un trébol.
 - Obtener un corazón que no sea un número par, u obtener una figura de pinta roja.

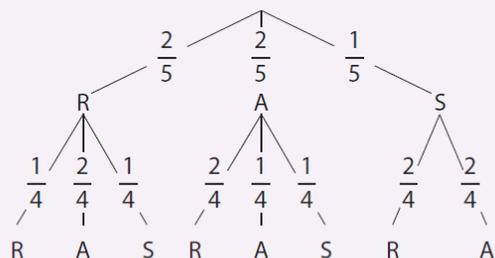
Práctica guiada

- Resuelve** los siguientes problemas utilizando un diagrama de árbol. Guíate por el ejemplo.

Se extraen dos letras al azar de la palabra RARAS.

¿Cuál es la probabilidad de extraer dos letras iguales?

Paso 1 Se dibuja el diagrama de árbol, y se asignan las probabilidades de cada caso.



Paso 2 Identifica los casos favorables y multiplica sus probabilidades.

$$\text{Caso RR: } \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} \quad \text{Caso AA: } \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

Paso 3 Suma las probabilidades anteriores.

$$P = \frac{2}{20} + \frac{2}{20} = \frac{4}{20}$$

- Se extraen dos letras de la palabra AMALIA. ¿Cuál es la probabilidad de extraer dos letras iguales?
- En un curso hay 15 mujeres y 14 hombres. Si se eligen al azar 2 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que sean mujeres?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par al sumar dos dígitos menores que 7?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar tres monedas al aire se obtenga como resultado más de una cara?
- Se escriben, cada uno en un papel, los dígitos desde el 1 al 9. Si se eligen al azar dos papeles, ¿cuál es la probabilidad de obtener como diferencia entre los dígitos el número 3?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener, como suma de los puntajes de lanzar dos dados de seis caras, un puntaje mayor que 9?

Aplica

Resuelve los siguientes problemas.

4. La siguiente tabla muestra la cantidad de hombres y mujeres de un grupo de personas encuestadas que eligen entre dos planes de conexión a internet. Entre ellas se realizará un sorteo.

Elección de planes de conexión a internet			
Plan	Hombres	Mujeres	Total
A	105	90	
B			500
Total		240	

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador sea hombre?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador sea mujer y haya escogido el plan A?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador haya escogido el plan A o el plan B?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador no haya elegido ninguno de los planes?
5. Nivaldo va los sábados a la feria, y las tres cuartas partes de las veces que va lleva su bolsa. Cuando la lleva, el 80% de las veces compra pescado, mientras que si no la lleva solo lo hace la mitad de las veces. ¿Cuál es la probabilidad de que un sábado no compre pescado?
6. **Conexiones:** en medicina se aplican exámenes para detectar enfermedades, que a veces fallan. Cuando una persona sana es señalada como enferma por el examen se dice que es un **falso positivo**. A la inversa, si la persona está enferma y el examen indica que está sana se trata de un **falso negativo**.

En una ciudad se estima que el 20% de las personas padece una determinada enfermedad. Si un examen se aplica a una persona al azar de dicha ciudad, la probabilidad de que el examen arroje un falso positivo es de un 1,6%, mientras que la probabilidad de que arroje un falso negativo es de 0,6%. ¿Cuál es la probabilidad de que el examen indique que una persona está sana? ¿Cuál es la probabilidad de que el examen indique que está enferma?

7. **Desafío:** a una reunión internacional han asistido 201 personas, de 5 nacionalidades diferentes. En todos los grupos de 6 personas que pueden formarse, siempre hay al menos dos personas que tienen la misma edad.

Demuestra que, entre los asistentes a la reunión, hay al menos 5 personas de la misma nacionalidad, de la misma edad y del mismo sexo.

8. **Conexiones:** el escritor británico George Bernard Shaw es el autor del siguiente apunte, refiriéndose a las personas que siempre están cansadas:

"El año tiene 365 días de 24 horas, de las cuales 12 están dedicadas a la noche y hacen un total de 182 días, por lo tanto, solo quedan 183 días hábiles menos 52 sábados y 52 domingos, quedan un total de 79 días, pero hay 4 horas diarias dedicadas a las comidas sumando 60 días, lo que quiere decir que quedan 19 días dedicados al trabajo, pero como usted goza de 15 días de vacaciones, solo le quedan 4 días para trabajar, menos, aproximadamente, 3 días de permiso que utiliza para hacer diligencias o estar enfermo, solo le queda un día para trabajar, pero ese día es precisamente el día del trabajo (1° de mayo) y, por lo tanto, no se trabaja por ser festivo"; entonces...¿de qué se siente cansado?

¿Cuál es la "trampa" del texto? Discute con tus compañeros?