

Debes saber...

- Para calcular la probabilidad de un suceso se determina la cantidad de casos posibles, lo que corresponde al espacio muestral. Luego se identifican los casos favorables y se calcula la división según la **Regla de Laplace**:

$$P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Conjuntos y probabilidades

Taller

En grupos de 4 personas, realicen las siguientes actividades.

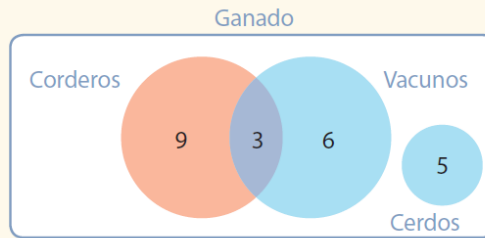
José es veterinario en la región de Magallanes, y trabaja vacunando a los animales de los productores locales. Para determinar las medicinas que debe comprar ha consultado por el tipo de ganado que tienen los criadores de su pueblo, y obtuvo los siguientes resultados.



Las regiones más australes de nuestro país se destacan por la cantidad y calidad de su producción ganadera.

Tipo de ganado de los criadores	
Tipo de ganado	Criadores
Solo corderos	9
Solo vacunos	6
Corderos y vacunos	3
Cerdos	5

Para realizar la vacunación, José recorre al azar los campos. ¿Qué probabilidad tiene de encontrar los distintos tipos de ganado? Para averiguarlo, realiza el siguiente esquema, llamado **Diagrama de Venn**.



Llamaremos A y B, respectivamente, a los conjuntos de criadores de corderos y de vacunos, y U al conjunto que representa a todos los ganaderos. Si consideramos el experimento "visitar a un ganadero al azar que tenga algún tipo de ganado", Ω es el espacio muestral de dicho experimento. Por lo tanto,

$$P(\Omega) = 1$$

José se pregunta: "¿Cuál es la probabilidad de que visite a un ganadero que tenga corderos?" Para responder estas preguntas, se apoya en el diagrama que acaba de realizar.

Suceso	Esquema	Probabilidad
A: que tenga corderos. Corresponde a: los ganaderos que solo tienen corderos, más los que tienen corderos y vacunos.		$P(A) = \frac{9}{23} + \frac{3}{23} = \frac{12}{23}$

1 **Calculen** la probabilidad de los siguientes sucesos definidos. En cada caso, realicen un esquema para apoyarse.

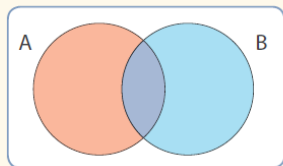
- $P(B)$: probabilidad de que un ganadero tenga vacunos.
- **A intersección B** ($P(A \cap B)$): probabilidad de que un ganadero tenga corderos y vacunos.
- **"A menos B"** ($P(A - B)$): probabilidad de que tenga corderos, pero **no** vacunos.
- **"A complemento", "complemento de A" o "no A"** ($P(A^c)$): la probabilidad de que **no** tenga corderos.
- **"A unión B"** ($P(A \cup B)$): probabilidad de que tenga corderos o vacunos (o ambos).

2 Para cada una de las siguientes probabilidades, planteen una fórmula que las relacione, y justifiquen utilizando un diagrama de Venn.

- $P(A)$, $P(A - B)$ y $P(A \cap B)$
- $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$
- $P(A)$ y $P(A^c)$
- $P(A)$, $P(C)$, $P(A \cap C)$ y $P(A \cup C)$.

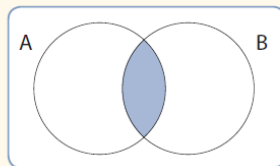
Podemos utilizar conjuntos para definir distintos sucesos de un experimento aleatorio, y plantear las relaciones existentes entre ellos que nos permitan deducir sus probabilidades. En general, dado un experimento aleatorio con dos sucesos A y B, podemos definir las siguientes operaciones.

A unión B



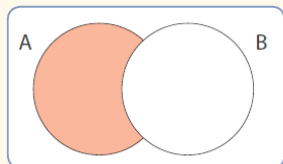
$A \cup B$: Que ocurra el suceso A o el suceso B o ambos sucesos.

A intersección B



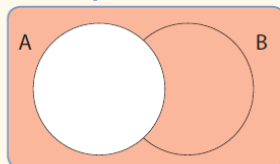
$A \cap B$: Que ocurra el suceso A y el suceso B a la vez.

A menos B



$A - B$: Que ocurra el suceso A y no el suceso B.

Complemento de A



A^c : Que no ocurra el suceso A.

En resumen

Dado un experimento aleatorio y dos sucesos A y B, se tiene que:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A y B son **mutuamente excluyentes** si ambos sucesos no pueden ocurrir de manera simultánea $A \cap B = \emptyset$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ayuda

Si $A \cap C = \emptyset$ (conjunto vacío), se dice que A y C son conjuntos **disjuntos**. Además, los sucesos asociados a ellos se llaman **mutuamente excluyentes**.

$$P(\emptyset) = 0$$

Razona

y comenta

- Si Pedro dice "tengo lápices azules", ¿significa que no tiene de otro color? ¿Qué sueles entender ante una afirmación así?
- Romina dice "mis cuadernos son verdes o rojos". ¿Tiene cuadernos de los dos tipos? ¿Qué sueles entender ante una afirmación así?

Repaso

1. **Calcula** la probabilidad de los siguientes sucesos, con los experimentos asociados. Para hacerlo determina el espacio muestral e identifica los casos favorables.

- Lanzar un dado, y obtener un cinco.
- Escoger un número entre 1 y 20, y que salga el 9.
- Escoger una letra al azar del alfabeto, que sea una vocal.
- Lanzar un dado, y obtener un número impar.
- Escoger un número entre 1 y 20, que sea primo.
- Escoger una letra al azar del alfabeto, que se encuentre antes de la L.
- Lanzar cuatro monedas, y obtener cuatro sellos.

Práctica guiada

2. **Define** en cada caso el suceso pedido a partir del experimento (E) y el(los) suceso(s) indicado(s). Haz una lista de los casos favorables. Guíate por el ejemplo.

E: Lanzar un dado.

A: obtener un divisor de 6.

B: obtener un número par.

Define $A - B$.

$$A = \{1, 2, 3, 6\} \quad B = \{2, 4, 6\}$$

$$A - B = \{1, 3\}$$

$A - B$ corresponde a obtener un divisor de 6 que no sea par.

- E:** escoger una letra del alfabeto.
A: escoger una vocal.
B: escoger una letra de la palabra MAQUINA.
Define $A - B$.
- E:** sacar una carta de una baraja inglesa sin comodines.
A: sacar un corazón.
Define A^c .
- E:** escoger un día al azar de la semana.
A: escoger un día después del martes
B: escoger un día antes del sábado.
Define $A \cap B$.
- E:** escoger un número del 1 al 30.
A: escoger un número par.
B: escoger un múltiplo de 5.
Define $A \cap B^c$.

- E:** escoger una región de Chile.
A: escoger una región al sur de la octava.
B: escoger una región al norte de la décima.
Define $A \cup B$.

3. **Calcula** en cada caso la probabilidad pedida. Guíate por el ejemplo:

$$P(A) = 0,32; P(A \cap B) = 0,15.$$

Calcula $P(A - B)$

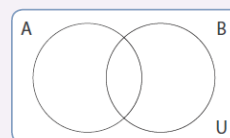
$$\text{Se tiene que: } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

Entonces:

$$P(A - B) = 0,32 - 0,15$$

$$P(A - B) = 0,17$$

- $P(A) = 0,78; P(B) = 0,65; P(A \cup B) = 0,8$.
Calcula $P(A - B)$.
 - $P(A) = 0,24$.
Calcula $P(A^c)$.
 - $P(A) = 0,49; P(B) = 0,45; P(A \cup B) = 0,71$.
Calcula $P(A \cap B)$.
 - $P(B) = 0,13; P(A \cap B) = 0,02; P(A \cup B) = 0,8$.
Calcula $P(A)$.
 - $P(A) = 0,33; P(B) = 0,22; P(A \cap B) = 0,04$.
Calcula $P(A \cup B)$.
4. Considera los siguientes sucesos al lanzar un dado de seis caras:
- A:** obtener un número mayor que 3.
B: obtener un número divisible por 3.
- Completa el diagrama de Venn que representa el experimento aleatorio y los sucesos A y B.



- Determina la probabilidad de que el resultado sea un número mayor que 3 o divisible por 3.
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un número mayor que 3 y divisible por 3?

Aplica

Resuelve los siguientes problemas.

5. La siguiente tabla presenta las preferencias musicales de un grupo de personas, entre las cuales se sorteará un ipad. Completa la tabla.

	Hombre	Mujer	Total
Música rock	15	20	
Música alternativa			25
Total		32	

Determina la probabilidad de cada suceso.

- Que la persona ganadora sea hombre.
 - Que la persona ganadora sea mujer y prefiera la música alternativa.
 - Que guste de la música rock o sea hombre.
 - Que guste de la música alternativa y que no sea hombre.
 - Que no prefiera la música alternativa.
6. Una tómbola contiene 15 bolitas numeradas del 1 al 15. Se extrae una bolita y se anota el número obtenido.

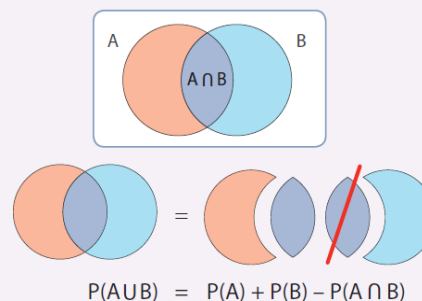
- Determina el conjunto correspondiente al suceso A: obtener una bolita numerada con un valor impar.
- Determina el conjunto correspondiente al suceso B: obtener una bolita numerada con un múltiplo de 5.

Considerando lo anterior, determina la probabilidad de los siguientes sucesos:

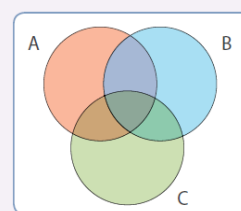
- Obtener una bolita numerada con un múltiplo de 5 que además sea impar.
- Obtener una bolita numerada con un múltiplo de 5 o bien con un impar.
- Obtener una bolita numerada con un múltiplo de 5 que no sea impar.
- Obtener una bolita que no esté numerada con un múltiplo de 5 ni con un impar.

- no obtener una bolita que esté numerada con un múltiplo de 5 o con un impar.

7. **Desafío:** Considera el siguiente diagrama y su explicación.



- Observa el siguiente esquema:



Utilízalo para mostrar que:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

- Aplica este resultado para resolver el siguiente problema: en un grupo de 53 personas, a 27 les gusta el básquetbol, a 23 el fútbol y a 29 el vóleibol. A 9 les gusta el básquetbol y el fútbol, a 13 el básquetbol y el vóleibol y a 10 el fútbol y el vóleibol, mientras que a 6 les gustan los tres deportes. Calcula la probabilidad de que:
 - a una persona le guste algún deporte.
 - a una persona le guste solo el fútbol.
 - a una persona no le guste el básquetbol, pero sí le guste algún deporte.

8. **Conexiones:** Investiga en qué consiste el principio de inclusión y exclusión.