

Palabras clave

Percentiles, cuartiles y quintiles.

¿Cómo calcular medidas de posición?

- Si tienes un hermanito o hermanita o conociste a un recién nacido, probablemente has escuchado hablar que el peso o la estatura de este corresponde a un percentil. ¿Qué significará que el recién nacido tenga un peso en el percentil 75?

Una municipalidad está realizando un estudio acerca de los ingresos de las familias de la comuna para una asignación de beneficios. Obteniendo los resultados que aparecen en la tabla.

Ingreso del grupo familiar					
Ingreso (miles \$)	Marca de clase	f	F	f _r	F _r
[180, 220[200	50	50	0,14	0,14
[220, 260[240	75	125	0,20	0,34
[260, 300[280	88	213	0,24	0,58
[300, 340[320	93	306	0,25	0,83
[340, 380[360	40	346	0,11	0,94
[380, 420]	400	24	370	0,06	1,00

Si la distribución de los datos se divide en 4 partes iguales, ¿cuál es el primer cuartil? Y si se divide en 5 partes iguales, ¿cuál es el primer quintil? Y si se divide en 100 partes iguales, ¿a qué percentil corresponden los valores anteriores?

Las **medidas de posición** como los cuartiles, quintiles y percentiles dividen a una distribución ordenada en partes iguales.

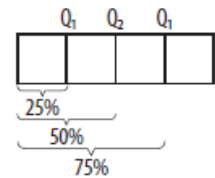
Las **medidas de posición** como los cuartiles, quintiles y percentiles dividen a una distribución ordenada en partes iguales.

- Los **cuartiles** (Q_n) son los tres valores de la variable de una distribución que la dividen en cuatro partes iguales.
- Los **quintiles** son los cuatro valores de la variable de una distribución que la dividen en cinco partes iguales.
- Los **percentiles** (P_n) son los noventa y nueve valores de la variable de una distribución que la dividen en cien partes iguales.

En resumen

Para calcular medidas de posición podemos considerar lo siguiente:

- El **1er cuartil** (Q_1) es el valor de la variable que supera a lo más el 25% de los datos y es superado por a lo más el 75% de ellos en la distribución ordenada de menor a mayor. El **2do cuartil** (Q_2) es un valor que supera a lo más al 50% de los datos y es superado por a lo más el 50% de ellos, es decir, Q_2 coincide con la mediana. El **3er cuartil** (Q_3) es un valor que supera a lo más al 75% de los datos y es superado por a lo más el 25% de ellos.
- El **1er quintil** es el valor de la variable separa el 20% de los datos de la distribución ordenada de menor a mayor, el **2do quintil** separa el 40%, el **3er quintil** separa el 60% y el **4to quintil** el 80%.
- El **percentil p** (P_p) es un valor de la variable tal que el p% de la muestra está por debajo y el (100-p)% está sobre.



Para responder a las preguntas calcularemos percentiles y a partir de estos determinaremos los cuartiles y los quintiles.

Paso 1 Se determina el intervalo al cual pertenece el percentil por calcular.

Si queremos calcular el primer cuartil, que corresponde al valor que separa el 25% de la distribución, entonces esto equivale a calcular el percentil 25 (P_{25}).

Entonces determinamos el intervalo al que pertenece P_k de la siguiente manera.

$$\frac{k \cdot n}{100} \rightarrow \text{En este caso } k = 25 \text{ y } n = 370, \text{ entonces } \frac{25 \cdot 370}{100} = 92,5.$$

Buscamos este valor en la columna de la frecuencia acumulada que corresponde al segundo intervalo $[220, 260[$.

Paso 2 ▶ Determinar el límite inferior del intervalo en el que se encuentra k .
 $l_i = 220$

Paso 3 ▶ Determinar la frecuencia absoluta del intervalo en el que se encuentra k . $f_i = 75$

Paso 4 ▶ Determinar la frecuencia acumulada anterior al intervalo donde se encuentra k . $F_{i-1} = 50$

Paso 5 ▶ Calcular la amplitud del intervalo donde se encuentra k .
 $a_i = 260 - 220 = 40$

Paso 6 ▶ Remplazar los datos obtenidos en la fórmula.

$$P_{25} = 220 + 40 \cdot \frac{\frac{25 \cdot 370}{100} - 50}{75} \approx 242,67$$

Paso 7 ▶ Interpretar este resultado.

El percentil 25 es el valor aproximado de \$242 670 es decir, el 25% de las familias tienen un ingreso menor o igual a esta cantidad. Este valor también corresponde al primer cuartil (Q_1).

Para calcular el primer quintil se puede determinar el percentil P_{20} . Realízalo en tu cuaderno.

En resumen

Para calcular el percentil P_k correspondiente al $k\%$ de los datos puedes utilizar la siguiente fórmula:

l_i : Límite inferior del intervalo donde se encuentra el $k\%$ de los datos.

a_i : Amplitud del intervalo donde se encuentra el $k\%$ de los datos.

f_i : Frecuencia absoluta del intervalo donde se encuentra el $k\%$ de los datos.

F_{i-1} : Frecuencia acumulada anterior al intervalo donde se encuentra el $k\%$ de los datos.

n : Total de datos.

$$P_k = l_i + a_i \cdot \frac{\frac{k \cdot n}{100} - F_{i-1}}{f_i}$$

Observa

La mediana de una distribución de datos coincide con Q_2 y con P_{50} .

Razona

y comenta

- ¿Las medidas de posición corresponden a valores exactos de la variable de estudio? ¿Por qué?
- ¿A qué percentiles corresponden Q_2 y Q_3 ?
- ¿A qué percentiles corresponden el segundo, tercero y cuarto quintil?
- Si se calcula el 10% de una distribución, ¿el valor obtenido corresponderá al P_{10} ? ¿Por qué?

Repaso

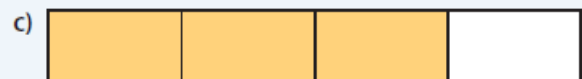
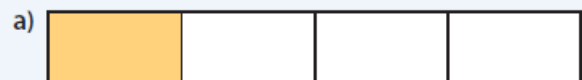
1. **Calcula** y completa la tabla. Luego responde las preguntas.

Longitud de un trozo de madera						
Longitud (cm)	f	F	f_i	F_i	$f\%$	$F\%$
$[0, 50[$	20					
$[50, 100[$		35				87,5%
$[100, 150[$				0,95	7,5%	
$[150, 200]$	2		$\frac{2}{40}$			

- ¿Cuál es el porcentaje de trozos madera de 50 a 100 cm con respecto al total?
- ¿Cuál es el porcentaje de trozos de madera que miden hasta 150 cm con respecto al total?

Práctica guiada

2. **Identifica** el cuartil representado en el diagrama.



3. **Identifica** los quintiles representado en el diagrama.



Aplico

4. Analiza cada situación y luego calcula lo pedido.

- a) Tomás tiene un local de venta de ropa **Presence**. La cantidad de ventas realizadas durante 21 días se muestran a continuación:

Tienda Presence						
61	94	97	103	111	113	130
180	194	198	210	213	221	241
248	257	269	270	274	275	250

- Calcula el Q_2 y el P_{80} .
 - Calcula el cuarto quintil.
 - ¿Cuál es el máximo de ventas de ropa para el 50% de los días en la tienda Presence?
 - ¿Cuál es el mínimo de ropa que se vende en el 60% de los días?
- b) Durante una prueba realizada a un grupo de 100 alumnos se toma el tiempo que los alumnos demoran en responder toda la prueba. Los resultados se encuentran en la siguiente tabla:

Tiempo (horas)	0	1	2	3	4	5
Frecuencia	2	34	45	11	4	4

- Calcula el Q_3 y el P_{20} .
 - Calcula el tercer quintil.
 - ¿Cuál es el máximo de horas que se demora el 45% de los alumnos que rindieron la prueba?
 - ¿En cuál percentil se encuentran los alumnos que se demoraron 2 horas o menos en responder la prueba?
 - ¿En qué percentil se encuentran los alumnos que se demoran 4 horas o menos?
- c) Una fábrica de luces de árbol de navidad, realiza un estudio sobre la cantidad de horas que duran sus luces, los resultados de una muestra de 50 luces se muestran en la siguiente tabla:

Cantidad de horas	Frecuencia absoluta
[100, 150[5
[150, 200[15
[200, 250[11
[250, 300[9
[300, 350]	10

- Calcula el quintil 4 y el P_{60} .
- ¿Cuál es el percentil 58 de la tabla de datos?
- ¿Bajo qué hora se encuentra el 60% de los datos?
- ¿Sobre qué horas se encuentra el percentil 45 de la cantidad de luces?

- ¿Entre qué cantidad de horas se encuentra el percentil 35 y percentil 70 de los datos de la muestra?
- El administrador de la fábrica decide realizar una optimización en el proceso de fabricación si existe una mayor diferencia entre el mínimo y la mediana que entre la mediana y el máximo de los datos. ¿Se realizará la optimización? Justifica.

5. Completa la tabla de frecuencias. Luego, responde.

En un estudio se han tabulado los ingresos de un grupo de familias, obteniéndose los siguientes resultados.

Ingresos (miles \$)	MC	f	F	f_i	F_i
[190, 230[36		
[230, 270[61		
[270, 310[20			
[310, 350[17			
[350, 390[$\frac{12}{120}$	
[390, 430]					
Total					

- a) ¿Cuál es el Q_3 ? ¿Cómo se interpreta?
- b) Aproximadamente, ¿qué cantidad de personas están por sobre P_{60} ?
- c) ¿Cuál es la diferencia entre el segundo y tercer quintil? ¿Qué puedes interpretar a partir de ello?
- d) Escribe 2 conclusiones con respecto a Q_1 .

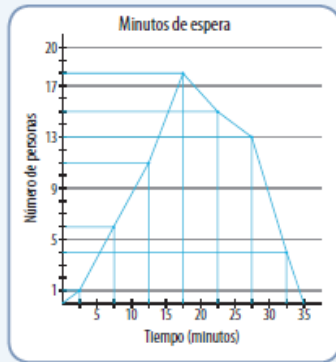
6. Analiza cada situación y responde las preguntas.

- a) El siguiente gráfico representa la cantidad de calculadoras compradas en una determinada tienda de acuerdo a la edad de los compradores.

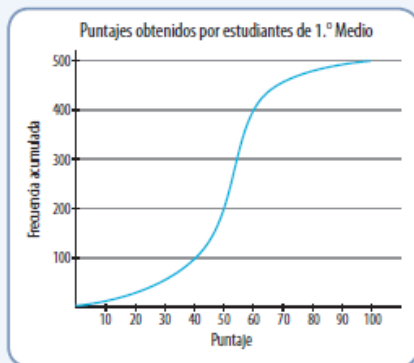


- ¿Cuál es el valor de P_{10} ?, ¿qué representa?
- ¿Qué valor corresponde a Q_3 ? ¿Cómo se puede interpretar?
- Escribe 3 conclusiones con respecto al P_{50} .

- b) El gráfico representa los minutos que deben esperar los clientes de una determinada tienda comercial.



- Calcula P_{19} . ¿Qué representa?
 - ¿Qué valor corresponde a Q_2 ? ¿Cómo se puede interpretar?
 - Escribe dos conclusiones con respecto al Q_3 .
- c) Los 500 estudiantes de 1° medio de los colegios de una municipalidad rindieron una prueba. El gráfico muestra los puntajes, de un total de 100, obtenidos por los estudiantes.



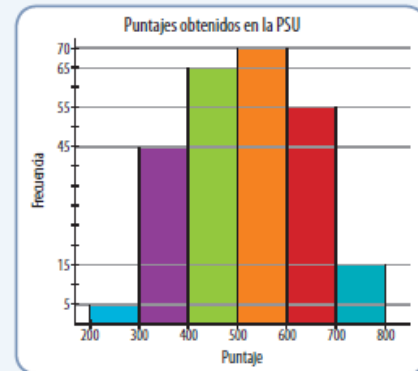
- Determina en el gráfico los 4 cuantiles. ¿A qué puntajes corresponde?
- A los estudiantes que se ubican sobre el percentil 80 se les regalará un libro. ¿A cuántos alumnos les corresponderá el regalo?
- Los estudiantes que se encuentran bajo el primer cuartil irán a un curso de nivelación. ¿Cuántos alumnos deberán ir a ese curso?

Reflexión

- Las medidas de posición ¿se pueden calcular para cualquier tipo de datos? ¿Por qué?
- Las medidas de posición, ¿se ven afectadas por valores extremos? ¿Por qué?

- d) El siguiente histograma representa los puntajes obtenidos en una prueba PSU de Matemáticas por alumnos de cuarto medio.

- ¿Cuál es el percentil 35?
- ¿Cuál es el tercer cuartil?
- ¿Cómo se interpreta el percentil 75?



7. **Conecta.** La beca Bicentenario que entrega el Ministerio de Educación consiste en financiar el arancel de referencia anual de la carrera a aquellos estudiantes pertenecientes al 60% de menores ingresos del país que hayan tenido un buen rendimiento académico y que se matriculen en una carrera regular de alguna de las 25 Universidades del Consejo de Rectores. Uno de los requisitos para postular, es que el estudiante pertenezca al primer, segundo o tercer cuartil de ingreso socioeconómico de la población del país. ¿Qué significado tiene el requisito para postular?
8. **Describe el procedimiento.** En la siguiente tabla de frecuencias, se muestra la cantidad de hijos de 100 grupos familiares.

Cantidad de hijos de 100 familias		
Número de hijos	f	F
0	5	5
1	30	35
2	40	75
3	25	100

Describe el procedimiento para calcular el P_{25} , el tercer cuartil y el Q_2 .

Refuerzo

Calcula los percentiles 59 y 80 del siguiente conjunto de datos.

43 - 47 - 10 - 14 - 5 - 34 - 11 - 11 - 5 - 37 - 41 - 11 - 24 - 9 - 10 - 12 - 25 - 31 - 3 - 34 - 16 - 17 - 20 - 38 - 32 - 12