

Palabras clave

- Media aritmética.
- Moda.
- Mediana.

Repasa

Medidas de tendencia central para datos no agrupados

La **media aritmética** o promedio es el valor central (no la mitad) del conjunto de datos.

Para datos no agrupados la media se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

donde x_i corresponde al dato "i" de los "n" datos.

La **moda** es el valor que más se repite (que tiene la mayor frecuencia) dentro de un conjunto de datos. Puede existir más de una moda o ninguna moda.

La **mediana** es el valor que se ubica en el centro del conjunto de datos cuando éstos fueron previamente ordenados de menor a mayor o de mayor a menor, de manera que el 50 % de ellos son menores o iguales que la mediana, y el otro 50 % son mayores o iguales.

Observa

El índice de masa corporal (IMC) mide el exceso de peso relacionando la altura y la masa de una persona.

¿Cómo calcular medidas de tendencia central?

- Al finalizar un semestre escolar ¿de qué manera calculas el promedio de tus calificaciones? ¿Cómo puedes saber tu rendimiento durante el año?

Un nutricionista debe implementar un programa alimenticio para dos escuelas que tienen la misma cantidad de alumnos. Él decide efectuar el programa a partir del índice de masa corporal (IMC) de los estudiantes. Los resultados del IMC se encuentran en las siguientes tablas.



Si la media aritmética o promedio de cada escuela supera los 25 kg/m², o la moda y mediana de los datos superan al promedio respectivo de cada curso, el nutricionista solicitará la implementación del plan alimenticio. ¿Cuál de las dos escuelas necesitará el nuevo programa alimenticio?

Escuela N° 1			Escuela N° 2		
IMC (kg/m ²)	Marca de clase	f	IMC (kg/m ²)	Marca de clase	f
[13, 17[15	10	[13, 17[15	60
[17, 21[19	15	[17, 21[19	50
[21, 25[23	25	[21, 25[23	40
[25, 29[27	40	[25, 29[27	30
[29, 33[31	50	[29, 33[31	20
[33, 37]	35	70	[33, 37]	35	10

Media aritmética o promedio

Para responder a la pregunta de la situación calcularemos la media aritmética o promedio de los datos agrupados en intervalos de cada curso, llevando a cabo los siguientes pasos:

- Paso 1** ➤ Calcular la suma de los productos entre la frecuencia absoluta y la marca de clase de cada intervalo, tal como se indica en las siguientes tablas.

Escuela N° 1			
IMC	Marca de clase	f	f • MC
[13, 17[15	10	150
[17, 21[19	15	285
[21, 25[23	25	575
[25, 29[27	40	1080
[29, 33[31	50	1550
[33, 37]	35	70	2450
Total		210	6090

Escuela N° 2			
IMC	Marca de clase	f	f • MC
[13, 17[15	60	900
[17, 21[19	50	950
[21, 25[23	40	920
[25, 29[27	30	810
[29, 33[31	20	620
[33, 37]	35	10	350
Total		210	4550

- Paso 2** ➤ Dividir la suma obtenida en el paso anterior en la cantidad de datos.

Escuela N° 1	Escuela N° 2
$\bar{x} = \frac{6090}{210} = 29$	$\bar{x} = \frac{4550}{210} \approx 22$

Por lo tanto, el nutricionista solicitará que en la escuela N°1 se implemente el plan nutricional considerando en este caso que la media aritmética de la escuela es superior a 25 kg/m².

Moda

Se necesita saber si en la escuela N°2 la moda supera a la media aritmética, por lo tanto, el nutricionista efectúa los siguientes pasos.

Escuela N° 2		
IMC (kg/m ²)	MC	f
[13, 17[15	60
[17, 21[19	50
[21, 25[23	40
[25, 29[27	30
[29, 33[31	20
[33, 37]	35	10

Intervalo modal → [13, 17[

Límite inferior del intervalo modal L = 13

D1 = 60 - 0

D2 = 60 - 50

Paso 1 ➔ Determinar el intervalo modal, es decir, el intervalo con mayor frecuencia absoluta.

En este caso la mayor frecuencia es 60 alumnos que corresponde al intervalo [13, 17[.

Paso 2 ➔ Determinar el límite inferior del intervalo modal.

El límite inferior del intervalo modal es L = 13

Paso 3 ➔ Calcular la diferencia entre la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia anterior a esta.

La frecuencia del intervalo modal es 60 y no hay intervalo anterior. Por lo tanto, D1 = 60 - 0 = 60

Paso 4 ➔ Calcular la diferencia entre la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia posterior a esta.

La frecuencia del intervalo modal es 60 y la frecuencia posterior es 50. Por lo tanto, D2 = 60 - 50 = 10

Paso 5 ➔ Calcular la amplitud del intervalo modal. A = 17 - 13 = 4

Paso 6 ➔ Reemplazar los datos obtenidos en la fórmula.

$$Mo = 13 + \frac{60}{60 + 10} \cdot 4 \approx 16,43$$

Como conclusión, la moda no supera a la media (16,43 kg/m² < 22 kg/m²), es decir, la mayoría de los estudiantes tiene un IMC menor que el promedio de los alumnos de la escuela.

En resumen

Para calcular **medidas de tendencia central** en datos agrupados se puede obtener una aproximación de estas a partir de las siguientes expresiones:

- La **media aritmética** o promedio para datos agrupados se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \cdot x_i}{n}$$

siendo x_i la marca de clase del intervalo i ,

f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i e i es el i -ésimo intervalo.

- La **moda** para datos agrupados se calcula como: $Mo = L + \frac{D1}{D1 + D2} \cdot A$

L: Límite inferior del intervalo modal.

D1: Diferencia entre la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia del intervalo anterior a éste.

D2: Diferencia entre la frecuencia del intervalo modal y la frecuencia del intervalo posterior a éste.

A: Amplitud del intervalo modal.

Razona y comenta

- ¿Cómo deberían variar los datos de la tabla del escuela N° 1 para que la media aritmética disminuya?
- ¿Es necesario cambiar todos los valores de la tabla? Justifica tu respuesta.

Mediana

Para tomar la decisión final, el nutricionista calculará la mediana de la escuela N°2, y la comparará con el promedio para lo cual realiza los siguientes pasos:

Límite inferior del intervalo de la mediana $L = 17$.

IMC	MC	f	F
[13, 17[15	60	60
[17, 21[19	50	110
[21, 25[23	40	150
[25, 29[27	30	180
[29, 33[31	20	200
[33, 37]	35	10	210
Total		210	

60 es la frecuencia acumulada anterior al intervalo de la mediana.

50 es la frecuencia absoluta del intervalo de la mediana.

Paso 1 ➔ Determinar el intervalo de la mediana, es decir, aquel en el que se ha acumulado el 50% de los datos.
El 50% de los datos es $210 : 2 = 105$, y la frecuencia acumulada mayor o igual a 105 se da en el intervalo [17, 21[.

Paso 2 ➔ Determinar el límite inferior del intervalo de la mediana.
El límite inferior del intervalo de la mediana es $L = 17$.

Paso 3 ➔ Calcular la diferencia entre mitad de la cantidad de datos $\left(\frac{n}{2}\right)$ y la frecuencia acumulada del intervalo anterior (F) al intervalo de la mediana.
 $\frac{n}{2} = \frac{210}{2} = 105$
y $F = 60$

Paso 4 ➔ Determinar la frecuencia absoluta del intervalo de la mediana.
La frecuencia absoluta del intervalo de la mediana es $f = 50$.

Paso 5 ➔ Calcular la amplitud del intervalo de la mediana.
 $A = 21 - 17 = 4$

Paso 6 ➔ Reemplazar los datos obtenidos en la fórmula.
 $Me = 17 + \frac{105 - 60}{50} \cdot 4 \approx 20,6$

Luego, el 50% de los estudiantes está bajo o sobre un IMC de 20,6 kg/m², y este valor no supera a la media del colegio: 22 kg/m². Por lo tanto, en la escuela N° 2 no se tendrá que implementar el plan, ya que la moda y la mediana no superan al promedio del IMC de los estudiantes de la escuela.

En resumen

La **mediana** para datos agrupados se calcula como:

$$Me = L + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \cdot A$$

- L: Límite inferior del intervalo de la mediana.
- F: Frecuencia acumulada del intervalo anterior al intervalo de la mediana.
- f: Frecuencia absoluta del intervalo de la mediana.
- A: Amplitud del intervalo de la mediana.
- n: Número total de datos

Practica

Repaso

1. **Evalúa** las proposiciones y escribe V si son verdaderas o F si son falsas. Justifica las falsas.
- Los datos cualitativos no tienen promedio.
 - Un conjunto de datos no puede tener dos modas.

- Un conjunto de datos cuantitativos siempre tiene promedio.
- Un conjunto de datos cuantitativos siempre tiene mediana.
- La moda de un conjunto de datos cualitativos no se puede determinar.

Práctica guiada

2. **Calcula la media aritmética, la moda y la mediana para los datos de las siguientes tablas.**

Cantidad de hermanos	
Número de hermanos	f
0	2
1	4
2	3
3	7

$M_o = 3$
 $M_e = 2$
 $\bar{x} \approx 2$

a)

Distancia de salto		
Longitud de salto (m)	Marca de clase	f
[0,3; 0,6[0,45	2
[0,6; 0,9[0,75	3
[0,9; 1,2[1,05	5
[1,2; 1,5[1,35	12
[1,5; 1,8[1,65	13

b)

Libros leídos en un año			
Cantidad de libros leídos	f	F	
[0, 2[100	100	
[2, 4[80	180	
[4, 6[50	230	
[6, 8]	20	250	

Aplico

3. **Analiza la tabla y luego responde.**

Masa corporal estudiantes de primero medio	
Masa corporal (kg)	Cantidad de estudiantes
[50, 55[6
[55, 60[13
[60, 65[9
[65, 70[13
[70, 75]	4

- a) ¿Cuál es la moda de los datos en la tabla anterior? ¿Cómo justificarías lo sucedido?
- b) Si ingresan tres alumnos nuevos al curso con masas entre los 70 y los 75 kg, ¿cuál es la media aritmética de la masa corporal del curso?

Reflexiono

- ¿Por qué crees que es necesario realizar estudios estadísticos para tomar algunas decisiones?

4. **Analiza la información y responde.**

Un grupo de scouts quiere participar en dos ferias artesanales, pero solamente tienen dinero para la inscripción en una de ellas. Para decidir en cuál participar analizan los siguientes datos sobre las edades de los asistentes a cada una de las ferias durante los años anteriores.

Rango de edades	Feria A	Feria B
[10, 15[20	20
[15, 20[50	30
[20, 25[70	20
[25, 30[21	60
[35, 40[30	56
[45, 50]	25	55

- a) ¿En qué feria les conviene participar si los productos que pretenden vender están dirigidos a niños menores de 10 años?
- b) ¿Y si los productos estuvieran orientados a clientes entre 15 y 30 años? Argumenta mediante el cálculo de las medidas de tendencia central.
- c) ¿Crees que con estos datos es suficiente para tomar una decisión sobre el tipo de artesanía que se debería vender en cada feria? ¿Qué datos crees que es necesario considerar y que no están presentes en la tabla?
5. **Descubre el error.** Para una tarea de Educación Física Manuel diseñó una encuesta que le permitiera conocer la estatura de sus compañeros. Después organizó los datos recogidos en la siguiente tabla:

Estaturas	f	F
[1,55; 1,60[13	13
[1,60; 1,65[12	25
[1,65; 1,70[3	28
[1,70; 1,75[2	30
[1,75; 1,80[6	36
[1,80; 1,85]	4	40

Al sacar las conclusiones, Manuel afirma que, en promedio, el curso mide aproximadamente 1,66 cm, la estatura que más se repite está cerca del 1,61 cm y que sobre el 50% de los alumnos tiene una estatura superior a 1,63 cm. ¿Cuál fue el error de Manuel en una de sus conclusiones?

Refuerzo

Construye una tabla de datos de cinco intervalos que tenga como promedio 23,5 unidades.