Colegio Cristiano Emmanuel
Matemática NM2
Ricardo Campusano y Gabriela Cerda Azzolini

Guía 8.1: Propiedades de las raíces enésimas

Nombre:____ Fecha: **08 de junio 2020**

Instrucciones:

- Frente a cualquier duda contáctame por mi correo gcerda@emmanuel.cl o wsp.
- **NO ES NECESARIO IMPRIMIR ÉSTA GUÍA.**

RAIZ ENÉSIMA:

Definición: Se define la raíz enésima a partir de la siguiente correspondencia

$$\boxed{\sqrt[n]{b} = a \iff b = a^n}$$

Observación:

Si $b \geq 0$ y n es **par**, entonces $\sqrt[n]{b} \in \mathbb{R}$ y es positivo o cero (es decir, $\sqrt[par]{(+)} = (+)$)
Si $b < 0$ y n es **par**, entonces $\sqrt[n]{b} \notin \mathbb{R}$ (es decir, $\sqrt[par]{(-)} = \ \notin$ a $\mathbb{R}$)
Si $b \geq 0$ y n es **impar**, entonces $\sqrt[n]{b} \in \mathbb{R}$ y es positivo o cero (es decir, $\sqrt[impar]{(+)} = (+)$)
Si $b < 0$ y n es **impar**, entonces $\sqrt[n]{b} \in \mathbb{R}$ y es negativo (es decir, $\sqrt[impar]{(-)} = (-)$)

PROPIEDADES DE OPERATORIA CON RAICES

Propiedad 1:

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot k]{a^{m\cdot k}}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3\cdot 2]{3^{2\cdot 2}} = \sqrt[6]{3^4}$$

$$\sqrt[8]{3^4} = \sqrt[\frac{8}{4}]{3^{\frac{4}{4}}} = \sqrt{3}$$

Propiedad 2:

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3 \cdot 5} = \sqrt[3]{15}$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8 \cdot 2} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$$

Propiedad 3:

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

O

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}} = \sqrt[3]{\frac{3}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$

Propiedad 4:

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}} = \sqrt[3\cdot 2]{3} = \sqrt[6]{3}$$

$$\sqrt[3]{3\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \sqrt[3\cdot 2]{2 \cdot 9}$$
$$= \sqrt[6]{18}$$

Propiedad 5:

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n\cdot m]{a^m \cdot b^n}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt[3\cdot 2]{2^2 \cdot 5^3} = \sqrt[6]{4 \cdot 125}$$
$$= \sqrt[6]{500}$$

Propiedad 6:

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[n\cdot m]{a^m : b^n}$$

O

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[n\cdot m]{\frac{a^m}{b^n}}$$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt[3\cdot 2]{\frac{3^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{9}{8}}$$

Propiedad 7:

$$\boxed{\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{a}=\sqrt[n\cdot m]{a^{m+n}}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}=\sqrt[3\cdot 2]{2^{2+3}}=\sqrt[6]{2^5}=\sqrt[6]{32}$$

Propiedad 8:

$$\boxed{\begin{array}{c}\sqrt[n]{a}:\sqrt[m]{a}=\sqrt[n\cdot m]{a^{m-n}}\\ \text{O}\\ \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[n\cdot m]{a^{m-n}}\end{array}}$$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[7]{3}}=\sqrt[3\cdot 7]{3^{7-3}}=\sqrt[21]{3^4}$$

RACIONALIZACIÓN

Caso 1:

$$\boxed{\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a}{\sqrt{b}}\cdot\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{b}}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{2}{5\sqrt{3}}=\frac{2}{5\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{5\cdot 3}=\frac{2\sqrt{3}}{15}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3^5}}=\frac{2}{\sqrt{3^2\cdot 3^2\cdot 3}}=\frac{2}{3\cdot 3\sqrt{3}}=\frac{2}{9\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2}{9\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9\sqrt{3\cdot 3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9\cdot 3}=\frac{2\sqrt{3}}{27}$$

Caso 2:

$$\boxed{\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}=\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}\cdot\frac{\sqrt[n]{b^{m-n}}}{\sqrt[n]{b^{m-n}}}=\frac{a\sqrt[n]{b^{m-n}}}{b}}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{7}}=\frac{3}{\sqrt[3]{7}}\cdot\frac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7^2}}=\frac{3\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7^3}}=\frac{3\sqrt[3]{49}}{7}$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{32}}=\frac{3}{\sqrt[3]{2^5}}=\frac{3}{\sqrt[3]{2^3\cdot 2^2}}=\frac{3}{2\sqrt[3]{2^2}}$$

$$=\frac{3}{2\sqrt[3]{2^2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}=\frac{3\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{2^3}}=\frac{3\sqrt[3]{2}}{2\cdot 2}=\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$$

Caso 3:

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{c}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}=\frac{c\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a-b}$$

$$\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{c}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}=\frac{c\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a-b}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}=\frac{3\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{4}$$

$$\frac{3}{3+\sqrt{3}}=\frac{3}{3+\sqrt{3}}\cdot\frac{\left(3-\sqrt{3}\right)}{\left(3-\sqrt{3}\right)}=\frac{3\left(2-\sqrt{3}\right)}{9-3}$$

$$=\frac{\cancel{3}\left(2-\sqrt{3}\right)}{\cancel{6}}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

Caso 4:

$$\frac{a}{\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{c}}=\frac{a}{\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{c}}\cdot\frac{\left(\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}+\sqrt[3]{c^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}+\sqrt[3]{c^2}\right)}=$$

$$=\frac{a\left(\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}+\sqrt[3]{c^2}\right)}{b-c}$$

$$\frac{a}{\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}}=\frac{a}{\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}}\cdot\frac{\left(\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}+\sqrt[3]{c^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}+\sqrt[3]{c^2}\right)}=$$

$$=\frac{a\left(\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}+\sqrt[3]{c^2}\right)}{b-c}$$

ECUACIONES RADICALES

Son igualdades donde la incógnita se encuentra en el sub-radical de la raíz:

Ejemplo:

Agradecimientos especiales al profesor Ricardo Campusano por su siempre buena disposición para colaborar y apoyar a otros docentes.