

4º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 21

Matemática



Inicio

En esta clase aprenderemos cómo resolver inecuaciones lineales con una incógnita y a aplicarlas en situaciones problemáticas.

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante (páginas 46 y 47) y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Para comenzar, debemos recordar que una inecuación es una desigualdad que tiene una o más incógnitas. Para resolverla, debemos encontrar todos los valores de las incógnitas que hacen verdadera la desigualdad.

El conjunto solución de una inecuación con una incógnita se puede representar mediante un intervalo, o bien, de forma gráfica en la recta numérica.

Recuerda que en la ecuación debe haber una igualdad, pero en la inecuación hay una desigualdad.

Veamos un ejemplo para que te queda más claro:

$$x + x + 22 > x + 48$$

Como puedes ver, se parece a una ecuación, pero en vez de haber un signo "=", hay un signo de desigualdad ">".

Esto quiere decir que la expresión:

$$x + x + 22$$

Debe ser mayor (>) que la expresión:

$$x + 48$$

Entonces, ¿qué valores de x permiten que $x + x + 22 > x + 48$?

Debemos resolver esta inecuación de la misma manera, en general, que una ecuación. Habrá algunas cosas que se harán de distinta manera y que veremos en el camino.



¿Cómo lo resolvemos?

$$x + x + 22 > x + 48$$

Paso 1:

$$2x + 22 > x + 48 \quad \text{Reducimos términos semejantes.}$$

Paso 2:

$$x + 22 > 48 \quad \text{Restamos } x \text{ en ambos lados}$$

Paso 3:

$$x > 26 \quad \text{Despejamos } x$$

Por lo tanto, el conjunto solución de esta inecuación lo componen todos aquellos números que cumplen la condición de ser mayores que 26.



Actividad

Del texto del estudiante, **página 47**, desarrolla en tu cuaderno el ítem 1.

Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál es la solución de la siguiente inecuación?

- a) $x > 5$
- b) $x > -5$
- c) $x > 10$
- d) $x < 5$
- e) $x < -5$

$$3x + 15 > x + 5$$

2

¿Cuál es la solución de la siguiente inecuación?

- a) $x > 13$
- b) $x > 3$
- c) $x < 13$
- d) $x > 3$
- e) $x < -13$

$$3(x - 5) - 12 > 12$$

3

Si $a > 0$ y $b < 0$, ¿cómo sería el resultado de la siguiente expresión?

- a) Positivo
- b) Negativo
- c) 0
- d) 1
- e) 2

$$ab - a + 2ab$$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

4^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Inecuaciones lineales con una incógnita

Aprenderé a: resolver inecuaciones lineales con una incógnita y resolver problemas con inecuaciones lineales.

Repaso

1. ¿Qué es una ecuación?
2. Explica, paso a paso, cómo resolverías la ecuación $2x - 3 = 19$.

Sofía viaja en su auto a 36 km/h en un camino cuyo límite máximo de rapidez es el indicado por el letrero de la derecha.

Si Sofía aumenta su rapidez en 12 km/h, ¿sobrepasará el límite permitido?, ¿y qué pasaría si la aumenta en 18 km/h?, ¿por qué?



Archivo editorial

Muchas situaciones de la vida cotidiana las podemos modelar usando desigualdades en las que hay términos desconocidos; por ejemplo, en el problema anterior podemos llamar x a la velocidad que Sofía puede aumentar sin sobrepasar el límite. Por lo tanto, se tendría que cumplir la desigualdad:

$$36 + x \leq 50$$

Seguramente habrás notado que si usamos diferentes valores de x y los remplazamos en la desigualdad anterior, obtenemos que para algunos valores de x , la desigualdad se cumple y para otros no se cumple; por ejemplo, si $x = 10$, la desigualdad nos queda:

$$36 + 10 \leq 50$$

$$46 \leq 50$$

Por lo tanto, la desigualdad se cumple. Sin embargo, si $x = 20$, tenemos:

$$36 + 20 \leq 50$$

$$56 \leq 50$$

En este caso, la desigualdad no se cumple, pues 56 es mayor que 50.

Ahora, nos interesa saber para cuáles valores de x la desigualdad siempre se cumple. Para esto podemos aplicar propiedades de las desigualdades. Observa.

$$36 + x \leq 50 \quad \text{.....} \bullet \text{ Restamos 36.}$$

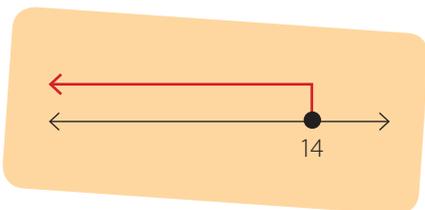
$$x \leq 14$$

Por lo tanto, para que la desigualdad sea cierta, x debe ser un número menor o igual a 14. Si escribimos lo anterior como un intervalo, diremos que $x \in]-\infty, 14]$.

Esto significa que Sofía puede aumentar su rapidez en a lo más 14 km/h para no sobrepasar el límite. Sin embargo, ¿todos los valores menores o iguales que 14 cumplen con ser solución del problema?

En este caso, no tiene sentido hablar de rapidezces negativas, por lo que podemos decir, de acuerdo al contexto del problema, que el rango de velocidades que Sofía podría aumentar es de 0 a 14 km/h.

También podemos representar la solución de manera gráfica. En el ejemplo anterior, todos los valores posibles de x están representados en la figura de la izquierda:



Aplicando propiedades de las desigualdades, hemos logrado descubrir todos los posibles valores del término desconocido. A este tipo de desigualdades las llamaremos **inecuaciones**, las cuales son desigualdades con una o más incógnitas.

¿Cómo hacerlo?

Si un joven es 22 años menor que su padre y 48 años menor que su abuelo, ¿a partir de qué edad la suma de los años que tienen él y su padre será mayor que la edad de su abuelo?

Si definimos como x la edad del joven, entonces la edad de su padre y su abuelo serán $x + 22$ y $x + 48$, respectivamente. Luego, planteamos la inecuación:

$$\begin{aligned} x + x + 22 &> x + 48 && \bullet \text{ Reducimos términos semejantes.} \\ 2x + 22 &> x + 48 && \bullet \text{ Restamos } x. \\ x + 22 &> 48 && \bullet \text{ Restamos } 22. \\ x &> 26 \end{aligned}$$

En consecuencia, si el joven es mayor de 26 años, la suma de su edad con la de su padre superará la cantidad de años que tiene su abuelo.

Tomo nota

- Una **inecuación** es una desigualdad que tiene una o más incógnitas. Para resolverla, debemos encontrar todos los valores de las incógnitas que hacen verdadera la desigualdad.
- El conjunto solución de una inecuación con una incógnita se puede representar mediante un intervalo, o bien, gráficamente en la recta numérica.

Actividades

1. Determina el conjunto solución de las siguientes inecuaciones y represéntalo gráficamente en la recta real.

a. $x - 2(x - 3) > 0$

c. $\frac{2x}{5} - 3 > \frac{3x}{2} + 1$

e. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} > \frac{3-x}{6}$

b. $(x + 1)^2 - 5 \geq x(x - 2)$

d. $2x + 3 \leq 4x - (x - 10)$

f. $(x + 3)(x - 3) + 2x - 6 \geq x^2$

2. Resuelve los siguientes problemas.

- Don José quiere cercar su terreno cuadrado con tres vueltas de alambre. Si en total dispone de 360 m de alambre, ¿qué área, como máximo, debería tener el terreno de modo que le alcance con el material que tiene?
- En cierta asignatura, Paola tiene las siguientes notas: 5,5; 6,5; 7,0 y 6,0. Si desea obtener un promedio final superior a 6,0 y únicamente le falta dar la prueba coeficiente dos, ¿qué nota debería obtener, como mínimo, para alcanzar el promedio deseado?
- Una camioneta transporta cajas con lechugas y papas. Las masas de cada caja son 12 kg y 25 kg, respectivamente. Si una verdulería solicitó el transporte de 4 cajas de papas y el resto en lechugas, ¿cuántas cajas de lechugas, como máximo, pudo haber recibido la verdulería, considerando que la carga total no debe exceder los 130 kg?

Desafío

- ¿Para qué valor de a , el conjunto solución de la inecuación $ax + 3 > 4a - 6$ son todos los números reales negativos?
- Sea $f(x) = \sqrt{2x - 8}$. ¿Cuál es el dominio de f ?