

4º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 20

Matemática



Inicio

En esta clase recordarás las **propiedades de las desigualdades** mediante su representación y cálculos matemáticos.

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando

Desarrollo



Como el trabajo con inecuaciones contiene incógnitas, tienen mucha similitud con las ecuaciones. Pero ¿de qué manera se relacionan? En realidad, solo se parecen en su naturaleza de “buscar el valor de la o las incógnitas”. La diferencia sustancial es que las inecuaciones (lineales con una incógnita) buscan muchos números que cumplan la condición, no como las ecuaciones (lineales con una incógnita) que solo buscan solo un número que cumpla la “condición de igualdad”.

Entonces, una inecuación corresponde a una comparación de valores, tal como se muestra en la [página 30](#):

Tres amigos, Bruno, Gustavo y Tomás, tienen música en sus celulares. Gustavo tiene menos canciones que Bruno y Tomás tiene más canciones que Bruno.

- ¿Quién tiene más canciones en su celular: Tomás o Gustavo?, ¿cómo lo supiste?

Si planteamos que Bruno= b , Gustavo= g y Tomas= t , y utilizando la simbología antes descrita, dicha comparación queda expresada como:

$$g < b < t$$

Con lo anterior, que sucede si: ¿todos agregan 10 canciones a su lista de reproducción? ¿si todos duplican el número de canciones? ¿y si todos pierden 5 canciones?



Propiedades de las desigualdades

Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la [página 30](#) del texto del estudiante y analiza los ejemplos que ahí aparecen.



Pero ¿por qué con la multiplicación el orden de la comparación no cambia? Lo anterior tiene sentido pensando que la multiplicación es nada más que una suma. Una suma iterada por el mismo número. ¿Y cuando cambiará el sentido de la desigualdad?

El sentido solo cambia cuando la multiplicación se efectúa por un número negativo, respetando lo siguiente:



Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la **página 31** del texto del estudiante y analiza los ejemplos que ahí aparecen.

Ejemplo

Resolvamos la siguiente situación aplicando las propiedades de las desigualdades:

Si un número varía entre -6 y 8 , ¿entre qué valores varía su opuesto, disminuido en 9 ?

$$-6 < x < 8$$

Un número varía entre -6 y 8

$$-6 < x < 8 / \cdot (-1)$$

Multiplicamos por (-1) para hacer aparecer el inverso

$$6 > -x > -8$$

Queda expresada así

$$6 > -x > -8 / -9$$

Disminuido en 9

$$6 - 9 > -x - 9 > -8 - 9$$

$$-3 > -x - 9 > -17$$

Por lo tanto, el inverso del número disminuido en 9 varía entre -3 y -17

Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál de las siguientes alternativas es verdadera?

- A. El sentido de una desigualdad se invierte si se suma o resta un mismo número real negativo en ambos lados de la desigualdad.
- B. El sentido de una desigualdad se invierte si se multiplica o divide por un mismo número real negativo a ambos miembros de la desigualdad.
- C. El sentido de una desigualdad solo se invierte por la derecha al dividir por un número negativo.
- D. El sentido de una desigualdad se mantiene al multiplicar por un número negativo
- E. Ninguna de las anteriores

2 ¿Qué conjunto es equivalente a $]-2,6[\cup]4,9] \cup]1,7[$?

- A. $]-2,9]$
- B. $]-2,4[\cup]6,9]$
- C. $]-2,1[\cup]4,6[$
- D. $]-2,6[\cup]7,9]$
- E. $]-2,1[\cup]4,9]$

3 Dado un número m cualquiera, que cumple la condición $-1 \leq m < 10$, ¿cuál de las siguientes desigualdades es siempre verdadera?

- A. $1 \geq m > -10$
- B. $m < 10$
- C. $m > -1$
- D. $-1 \leq m \leq 10$
- E. $1 \geq -m > 10$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

4^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

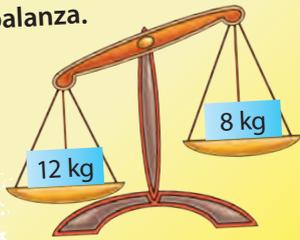
A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Propiedades de las desigualdades

Aprenderé a: conocer y utilizar las propiedades de las desigualdades.

Repaso

Observa la siguiente balanza.



1. Si a ambos lados se agregan 5 kg, ¿cambia la inclinación de la balanza?, Comenta con un compañero.

Tres amigos, Bruno, Gustavo y Tomás, tienen música en sus celulares. Gustavo tiene menos canciones que Bruno y Tomás tiene más canciones que Bruno.

- ¿Quién tiene más canciones en su celular: Tomás o Gustavo?, ¿cómo lo supiste?

Casos como el del problema anterior también los podemos resolver utilizando algunas propiedades que tienen las desigualdades. Observa.

Si representamos como g , b y t la cantidad de canciones que tienen Gustavo, Bruno y Tomás, respectivamente, podemos modelar la situación usando desigualdades, al escribir: $g < b$ y $b < t$, Luego, se cumple que: $g < b < t$.

Finalmente, podemos concluir que $g < t$, es decir, Gustavo tiene menos canciones que Tomás, o bien, Tomás tiene más canciones que Gustavo.

La propiedad anterior se denomina **transitividad**.

Ahora, si Tomás agrega 5 canciones más a su colección y Gustavo también agrega 5 canciones a su colección, ¿seguirá Tomás teniendo más canciones que Gustavo?

La respuesta es correcta, ya que ambos agregaron la misma cantidad de canciones, por lo tanto, Tomás seguirá teniendo más. Lo mismo ocurriría si ambos jóvenes eliminaran la misma cantidad de canciones.

Por lo tanto, si a ambos lados de una desigualdad se suma o resta un mismo número, la desigualdad se mantiene. Esta propiedad la podemos verificar con algunos ejemplos.

$$3 < 7 \dots \dots \dots \bullet \text{ Sumamos 5 a cada lado de la desigualdad.}$$

$$3 + 5 \text{ ? } 7 + 5 \dots \dots \dots \bullet \text{ Calculamos las sumas y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$8 < 12$$

Pese a sumar 5 a ambos lados de la desigualdad, el sentido de ésta no cambió. En el caso de la sustracción ocurre algo similar:

$$3 < 7 \dots \dots \dots \bullet \text{ Restamos 6 a cada lado de la desigualdad.}$$

$$3 - 6 \text{ ? } 7 - 6 \dots \dots \dots \bullet \text{ Calculamos las restas y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$-3 < 1$$

Tomo nota

- Propiedad de transitividad:
Si a , b y c son números reales y se cumple que $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- El sentido de una desigualdad no cambia si se suma o resta un mismo número real a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}$, entonces, $a + c < b + c$;
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}$, entonces $a - c < b - c$.

Ya vimos lo que ocurre si sumamos o restamos un número real a ambos lados de la desigualdad. Pero, ¿qué crees que sucede si multiplicamos o dividimos una desigualdad por un número real?

Para responder la pregunta anterior debemos considerar si multiplicamos la desigualdad por un número real positivo o negativo; por ejemplo, observa lo que sucede si multiplicamos por un número real positivo:

$$4 < 6 \quad \bullet \text{ Multiplicamos por } 5.$$

$$4 \cdot 5 < 6 \cdot 5 \quad \bullet \text{ Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$20 < 30$$

El sentido de la desigualdad no cambia si multiplicamos ambos lados por un número real positivo. En el caso de la división sucede lo mismo; por ejemplo:

$$36 > 24 \quad \bullet \text{ Dividimos por } 12.$$

$$\frac{36}{12} > \frac{24}{12} \quad \bullet \text{ Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$3 > 2$$

Ahora veamos qué ocurre si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por un número real negativo.

$$2 < 4 \quad \bullet \text{ Multiplicamos por } -3.$$

$$2 \cdot (-3) > 4 \cdot (-3) \quad \bullet \text{ Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$-6 > -12$$

En el caso anterior, ocurrió que al multiplicar ambos lados de la desigualdad por un número negativo el sentido de la desigualdad cambió. En la división sucede algo similar, es decir, si ambos lados de una desigualdad se divide por un número negativo, el sentido de la desigualdad cambia; por ejemplo:

$$-20 < 28 \quad \bullet \text{ Dividimos por } -4.$$

$$\frac{-20}{-4} > \frac{28}{-4} \quad \bullet \text{ Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$5 > -7$$

En general, si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por un mismo número real negativo, el sentido de esta se invierte.

Tomo nota

- El sentido de una desigualdad **no cambia** si se multiplica o divide un mismo número real positivo a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^+$, entonces $ac < bc$;
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^+$, entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
- El sentido de una desigualdad **cambia** si se multiplica o divide un mismo número real negativo a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^-$, entonces $ac > bc$;
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^-$, entonces $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.