

4º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 18

Matemática



Inicio

En esta clase aprenderás a expresar y comprender información mediante el uso de **desigualdades**.

Para comprender de mejor manera esta guía de apoyo, es necesario que trabajemos con el libro desde la página 22 hasta la página 25, además del uso de tu cuaderno para realizar las actividades propuestas.

Desarrollo



En Matemática hay situaciones en que se hace necesario comparar ciertas cantidades. Es por esto de la existencia de operadores lógicos que nos permiten establecer una relación de orden entre cantidades.

Por ejemplo, al momento de viajar desde Santiago a Concepción, es necesario saber conocer el tiempo que durará este viaje, dependiendo del medio de transporte a utilizar:

- En auto: 5 horas
- En bus: 6,5 horas
- En avión: 1 hora.

¿Cómo podemos comparar el número de horas de cada medio de transporte?

Si p corresponde a las horas en un medio de transporte supersónico que demora solo 30 minutos en ir desde Santiago a concepción, ¿cómo se compara p con los otros medios de transporte?



¿Qué es una desigualdad?

Dado el ejemplo anterior y la información de la página 22, una desigualdad corresponde a una condición que permite comparar cantidades entre un número y otro. Al mismo tiempo, una desigualdad puede expresarnos un conjunto numérico que cumple alguna condición. Por ejemplo:

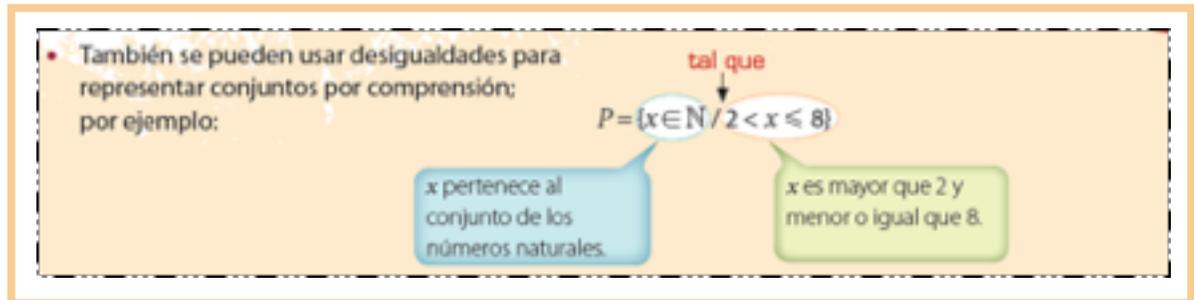
- Comparación de números mediante una condición:

- $5 > 2$ → Cinco es mayor que 2
- $8 < 10$ → Ocho es menor que 10
- $20 = 20$ → Veinte es igual a veinte

- Desigualdad como conjunto:

- $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 1000\}$ → Conjunto de números naturales menores a 1000
- $B = \{x \in \mathbb{Z} / -4 < x < 7\}$ → Conjunto de números enteros mayores que -4 y menores que 7.

Lo anterior, se desglosa mediante la siguiente imagen de la [página 24](#), donde se puede conocer la naturaleza de los elementos de un conjunto por la condición que deben cumplir los elementos.



Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la [página 24](#) del texto del estudiante y analiza los ejemplos que ahí aparecen.

Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

Sean a y b números reales, según la propiedad de tricotomía de los números reales, ¿cuál de las siguientes alternativas es verdadera?

- A. $a < b$
- B. $a = b$
- C. $a > b$
- D. Una y solo una de las de las anteriores puede ser verdadera.
- E. Ninguna de las anteriores.

2

Sea $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ un conjunto numérico expresado por extensión, ¿cómo se expresa por comprensión?

- A. $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es primo}\}$
- B. $B = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 29\}$
- C. $B = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 2 \wedge x \leq 29\}$
- D. $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es primo} \wedge x \leq 29\}$
- E. $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es impar} \wedge x \leq 29\}$

3

Dado el conjunto $F = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es primo} \wedge x < 20\}$ expresado por comprensión, ¿cuál es su representación por extensión?

- A. $F = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
- B. $F = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
- C. $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$
- D. $F = \emptyset$
- E. $F = \{-19, -17, -13, -11, -7, -5, -3, -2, -1\}$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

4^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Desigualdades

Aprenderé a: expresar información por medio de desigualdades.

Repaso

1. ¿Qué significa el signo $<$? Da un ejemplo.
2. Escribe 3 números enteros que superen a -4 .

Un grupo de estudiantes investiga la temperatura mínima y la máxima registrada en un día en Concepción, lo registran en la siguiente imagen.



- Utiliza alguno de los signos $<$, $>$, \leq o \geq para representar la relación de orden que hay entre los números correspondientes a las temperaturas mínima y máxima.
- Si ese día, a las 10 de la mañana la temperatura registrada era t , utiliza algunos de los signos $<$, $>$, \leq o \geq para representar la relación de orden que hay entre t y las temperaturas mínima y máxima.

En la vida diaria hay situaciones en las que se comparan cantidades que no necesariamente son iguales; por ejemplo, en el problema anterior, las temperaturas mínima y máxima no son iguales, o la temperatura registrada a las 10 de la mañana no es igual a la mínima ni tampoco a la máxima, sino que se encuentra entre ellas.

Las expresiones matemáticas que escribiste en el problema anterior se llaman **desigualdades** y las puedes utilizar para indicar que cierta cantidad es mayor, menor, mayor o igual, o menor o igual que otra. Para escribir una desigualdad puedes utilizar alguno de los signos $>$, $<$, \geq o \leq , respectivamente.



Atención

Dados dos números reales a y b , se cumple una y solo una de las siguientes relaciones:

$$a < b \quad a = b \quad a > b$$

A esta propiedad se le llama propiedad de **tricotomía**.

¿Cómo hacerlo?

Representa las siguientes situaciones utilizando una desigualdad.

- El precio de la entrada supera los \$ 3 500.
Si llamamos p al precio de la entrada, tenemos que p debe ser mayor que \$ 3 500, por lo tanto $p > 3 500$.
- La ganancia de Pedro por su trabajo no fue menor que \$ 12 000.
Si la ganancia de Pedro no fue menor que \$ 12 000, significa que fue igual o mayor que ese valor. Luego, llamando g a la ganancia, nos queda $g \geq 12 000$.

¿Cómo hacerlo?

¿Es correcta la desigualdad $(3 - 1)^2 < 3^2 - 1^2$?

La desigualdad anterior se puede verificar calculando el valor en cada lado, es decir:

$$(3 - 1)^2 < 3^2 - 1^2 \dots\dots\dots \bullet \text{Realizamos las operaciones a ambos lados de la desigualdad.}$$

$$2^2 < 9 - 1$$

$$4 < 8$$

Por lo tanto, la desigualdad es verdadera.

Tomo nota

- Se denomina **desigualdad** a toda relación de orden que se establece entre números reales u otras expresiones matemáticas, mediante la comparación "menor que" ($<$), "menor o igual que" (\leq), "mayor que" ($>$) o "mayor o igual que" (\geq).
- Una desigualdad es verdadera si la relación establecida se cumple. Para verificarla, se puede calcular el valor de las expresiones a ambos lados de la desigualdad, si fuera necesario.

Actividades

1. Expresa la información de las siguientes situaciones utilizando desigualdades.

- Para un índice de radiación ultravioleta igual a 10, las personas de piel más sensible (aquellas que se queman con facilidad) no deben exponerse al sol sin protección más de 18 minutos.
- Una recomendación general es utilizar un protector solar con factor de protección 15 o mayor.
- CONEXIÓN CON EL MEDIOAMBIENTE** ▶ Se considera que la calidad del aire es "regular" si el índice de calidad del aire por material particulado (ICAP) es superior a 100 y menor o igual a 200.
- CONEXIÓN CON LA MEDICINA** ▶ En un examen que mide la cantidad de glucosa en la sangre de una persona adulta, se consideran normales los valores que van de 64 a 110 mg/dL (miligramos por decilitro).
- La nota n de Pedro no alcanzó el 6,0.
- CONEXIÓN CON LA FÍSICA** ▶ La longitud de onda de la luz visible es superior a 380 nm y menor o igual a 780 nm.

2. Inventa una situación que se pueda modelar con cada una de las siguientes desigualdades.

- | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| a. $r < 6$ | c. $p \leq 5,5$ | e. $a + b < 132$ |
| b. $230 \geq s$ | d. $3l > 2500$ | f. $m < n - 15$ |

3. Determina si las siguientes desigualdades son verdaderas o falsas.

- | | |
|--|---|
| a. $108 \cdot 544 < 32 \cdot 51 \cdot 36$ | e. $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3 + 5} < \sqrt{3 \cdot 5}$ |
| b. $(100 + 23) \cdot (100 - 23) \leq 2 \cdot 100^2 + 4600$ | f. $\frac{1,08 + 0,03}{0,001} < 1$ |
| c. $t^6 + 12 \geq 0$, con $t = -1$. | g. $(-193)^2 \geq 193^2$ |
| d. $\frac{(7 + 2)^2}{2^2} \geq 7$ | |

4. Estima el valor de las raíces y determina cuáles de las siguientes desigualdades son verdaderas y cuáles son falsas. Justifica las falsas.

- | | |
|---------------------------------|--|
| a. $2^3 \sqrt{30} > 4\sqrt{2}$ | c. $\sqrt[3]{\frac{125}{8}} < 1$ |
| b. $\sqrt{144} < 5^3 \sqrt{10}$ | d. $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$ |

5. En un triángulo, la medida de uno de sus lados es siempre menor que la suma de las medidas de los otros dos, y mayor que su diferencia. Expresa con una desigualdad el rango de valores posibles para la medida del tercer lado, si los otros dos miden 6 cm y 19 cm, respectivamente.

No existe una única manera para definir un conjunto. Fíjate que el conjunto A también se puede definir como: $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 999\}$.

Como las desigualdades expresan relaciones entre los números, al definir conjuntos por comprensión resulta útil usar las desigualdades; por ejemplo, si queremos definir el conjunto de todos los números naturales menores que 1 000, resultará largo escribir dicho conjunto por extensión, de modo que lo podemos escribir por comprensión de la siguiente manera:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x < 1\,000\}$$

En algunos casos, al definir un conjunto por comprensión podemos usar más de una desigualdad; por ejemplo, para expresar por comprensión el conjunto de todos los números enteros que se encuentran entre -4 y 7 , ambos incluidos, podemos escribir:

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -4 \leq x \leq 7\}$$

En el caso anterior, la expresión $-4 \leq x \leq 7$ es equivalente a escribir las desigualdades $-4 \leq x$ y $x \leq 7$.

¿Cómo hacerlo?

Representa por comprensión el conjunto $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$.

Si te fijas, los elementos del conjunto son números primos menores o iguales que 29. Luego, lo podemos definir por comprensión de la siguiente manera:

$$B = \{x / x \text{ es primo} \wedge x \leq 29\}$$

¿Cómo hacerlo?

Representa por extensión el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / -5 < x \leq 4\}$.

Los elementos del conjunto A son todos aquellos números enteros mayores que -5 y menores o iguales que 4. Luego, al definirlo por extensión nos queda:

$$B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

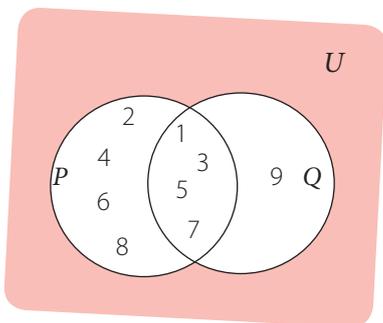
¿Cómo hacerlo?

Dados los conjuntos $P = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 8\}$ y $Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, determina $P \cup Q$ y $P \cap Q$.

Podemos definir el conjunto P por extensión, ya que sus elementos son los números naturales menores o iguales que 8, es decir: $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Luego, $P \cup Q$ contiene a todos los elementos que están en P o en Q , es decir: $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Por otra parte, $P \cap Q$ contiene a todos los elementos que están en P y Q simultáneamente, es decir: $P \cap Q = \{1, 3, 5, 7\}$



Tomo nota

- También se pueden usar desigualdades para representar conjuntos por comprensión; por ejemplo:

$$P = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 8\}$$

tal que

x pertenece al conjunto de los números naturales.

x es mayor que 2 y menor o igual que 8.

Actividades

1. Escribe por extensión los siguientes conjuntos.

- $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 12\}$
- $D = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 6\}$
- $E = \{x \in \mathbb{Z} / -2 < x < 9\}$
- $F = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es primo} \wedge x < 20\}$
- $G = \{x \in \mathbb{N} / -7,5 < x < 6\}$

2. Escribe por comprensión los siguientes conjuntos.

- $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- $S = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$
- $T = \{-5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9\}$
- $U = \{18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$
- $V = \{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
- $W = \{13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

3. Observa los siguientes conjuntos.

$$P = \{x \in \mathbb{Z} / -5 \leq x < 8\}$$

$$Q = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$R = \{x \in \mathbb{N} / -8 < x \leq 4\}$$

Usando los conjuntos anteriores, realiza las operaciones dadas, en cada caso.

$$a. P \cap Q$$

$$c. (P \cap R) \cup Q$$

$$e. (P \cap Q) \cap R$$

$$b. R \cup P$$

$$d. (Q \cup R) \cup P$$

$$f. (P \cap R) \cup (Q \cup R)$$

4. Usando desigualdades, representa por comprensión los siguientes conjuntos.

- Números enteros mayores que -81 y menores o iguales que 19 .
- Números pares que se encuentran entre -50 y 160 , ambos incluidos.
- Números impares que se encuentran entre 20 y su opuesto, sin incluirlos.
- Números positivos compuestos no superiores que 88 .

Desafío

Sea el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ tiene una cifra}\}$. Redefine el conjunto A por comprensión, usando desigualdades, de dos maneras diferentes.

Antes de continuar

- ¿Cuándo una desigualdad es verdadera?
- ¿Cómo representarías con desigualdades la situación: "el valor de la bebida no es inferior a \$650"? Explica tu respuesta.
- ¿Cómo representarías por comprensión el conjunto $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$? Explica.