

4º
medio

Aprendo sin parar

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 10

Matemática



Inicio

En esta sesión aprenderás a resolver **SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES** utilizando lo aprendido sobre la intersección de intervalos y las propiedades de las inecuaciones.



¡ Aprende !

- Resolvamos el siguiente sistema de inecuaciones lineales con una incógnita de la misma manera que se resuelve en la **página 50**, copia en tu cuaderno el desarrollo:

$$1) 5x + 9 \leq 7$$

$$2) 3x - 1 \geq x + 2$$

$$1) 5x + 9 \leq 7 \quad | \quad -9$$

$$5x \leq -2 \quad | \quad :5$$

$$x \leq -0,4$$

$$S_1 =]-\infty ; -0,4]$$

$$2) 3x - 1 \geq x + 2 \quad | \quad +1$$

$$3x \geq x + 3 \quad | \quad -x$$

$$2x \geq 3 \quad | \quad :2$$

$$x \geq 1,5$$

$$S_2 = [1,5 ; \infty [$$

$$s_1 \cap s_2 = \{ \}, \text{ conjunto vacío.}$$



Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la **página 52** del texto del estudiante.



Anota en tu cuaderno el desarrollo de los ejercicios resueltos de la **página 51**:

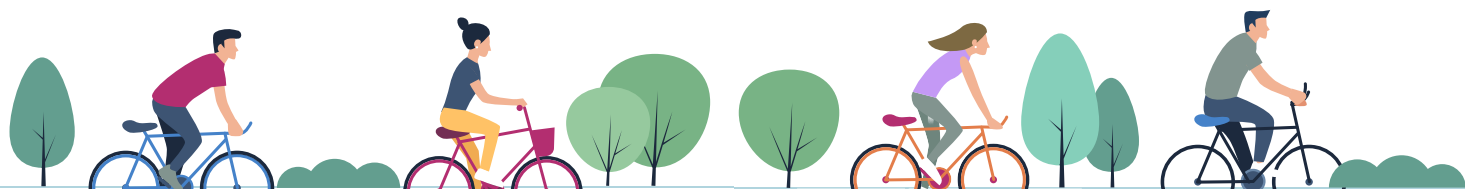


Resuelve los ejercicios 2 y 3 de la **página 52** del texto y compara tus respuestas con las soluciones entregadas en la **página 348**.

Cierre

Vamos concluyendo

- Responde a las siguientes preguntas o instrucciones y anota tu respuesta en tu cuaderno:
 - a. Describe los pasos para resolver un sistema de inecuaciones lineales con una incógnita
 - b. ¿Cuál es la solución de $-2x - 5 > -4$?



4º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita

Aprenderé a: resolver sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita.

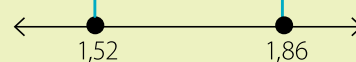
Repaso

1. ¿Qué es un sistema de ecuaciones lineales?
2. En el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - 4y = -3 \end{cases}$$

¿Es $\{x = 2, y = 1\}$ la solución del sistema anterior, ¿por qué?

El siguiente diagrama representa el rango de estatura, en metros, de los estudiantes de un curso.



- Inventa una inecuación cuyo conjunto solución esté representado con el diagrama anterior. ¿Qué ocurre?, ¿por qué crees que sucede eso?

En casos como el del problema anterior una sola inecuación resulta insuficiente para modelar una situación, sino que se necesitan varias inecuaciones que deben cumplirse a la vez.

El conjunto de dos o más inecuaciones con una incógnita se llama **sistema de inecuaciones con una incógnita**. En un sistema, todas las inecuaciones deben cumplirse simultáneamente, de modo que su conjunto solución corresponde a la intersección de las soluciones de todas las inecuaciones que conforman el sistema; por ejemplo, en la figura de la izquierda están representados los conjuntos solución de las inecuaciones $x < 15$ (con color naranja), $11 > x$ (con color celeste) y $x \geq 8$ (con color verde). Como en el intervalo $[8, 11[$ están presentes los tres colores, podemos afirmar que dicho intervalo es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x < 15 \\ 11 > x \\ x \geq 8 \end{cases}$$

En el caso anterior, dibujar la solución del sistema fue fácil porque la incógnita estaba despejada en todas las inecuaciones. Sin embargo, en otros casos será necesario resolver cada inecuación por separado, usando las propiedades de las desigualdades; por ejemplo, para resolver el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2 \geq x - 4 \\ 5 - x \geq -2 \end{cases}$$

resolveremos cada inecuación por separado. Observa.

$$3x + 2 > x - 4 \text{ Restamos } x.$$

$$2x + 2 > -4 \text{ Restamos 2.}$$

$$2x > -6 \text{ Multiplicamos por } \frac{1}{2}.$$

$$x > -3$$

$$\text{Por lo tanto } S_1 =]-3, +\infty[$$

$$5 - x \geq -2 \text{ Restamos 5.}$$

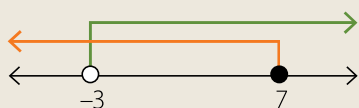
$$-x \geq -7 \text{ Multiplicamos por } -1.$$

$$x \leq 7$$

$$\text{Por lo tanto } S_2 = [-\infty, 7]$$

Luego, la solución del sistema corresponde a $S = S_1 \cap S_2$. Si te fijas en la figura de la izquierda, la intersección entre S_1 y S_2 es el intervalo $]-3, 7]$.

En consecuencia, la solución del sistema $\begin{cases} 3x + 2 \geq x - 4 \\ 5 - x \geq -2 \end{cases}$ es $S =]-3, 7]$.



¿Cómo hacerlo?

La acidez del agua en una piscina es considerada normal si el promedio de tres mediciones de pH está entre 7,2 y 7,8, ambos valores incluidos. Si las primeras dos lecturas fueron 7,4 y 7,9, ¿qué valores posibles de la tercera medición indicarían que el agua tiene acidez normal?

Llamemos x al valor de la tercera lectura. El promedio de las tres lecturas de pH es: $\frac{7,4 + 7,9 + x}{3} = \frac{15,3 + x}{3}$. Luego, para que el agua tenga acidez normal, debe cumplirse que: $7,2 \leq \frac{15,3 + x}{3} \leq 7,8$, lo que equivale al sistema:

$$\begin{cases} \frac{15,3 + x}{3} \geq 7,2 \\ \frac{15,3 + x}{3} \leq 7,8 \end{cases}$$

Luego, resolvemos cada inecuación por separado:

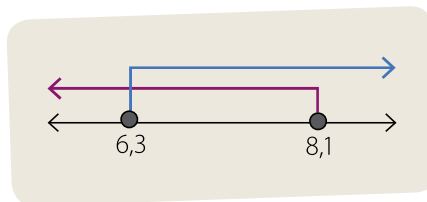
$$\begin{aligned} \frac{15,3 + x}{3} &\geq 7,2 && \text{Multiplicamos por 3.} \\ 15,3 + x &\geq 21,6 && \text{Restamos 15,3.} \\ x &\geq 6,3 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $S_1 = [6,3, +\infty[$

$$\begin{aligned} \frac{15,3 + x}{3} &\leq 7,8 && \text{Multiplicamos por 3.} \\ 15,3 + x &\leq 23,4 && \text{Restamos 15,3.} \\ x &\leq 8,1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $S_2 =]-\infty, 8,1]$

Finalmente, la solución del sistema corresponde a $S_1 \cap S_2$, que es igual al intervalo $[6,3; 8,1]$, tal como se representa en el diagrama de la derecha. Luego, el valor de la tercera lectura debe estar entre 6,3 y 8,1, ambos valores incluidos.



¿Cómo hacerlo?

Resuelve el sistema: $\begin{cases} 2x - 12 > 0 \\ 1 - x \geq 4 \end{cases}$

$$2x - 12 > 0 \quad \text{Sumamos 12.}$$

$$2x > 12 \quad \text{Multiplicamos por } \frac{1}{2}.$$

$$x > 6$$

Por lo tanto, $S_1 =]6, +\infty[$.

$$1 - x \geq 4 \quad \text{Restamos 1.}$$

$$-x \geq 3 \quad \text{Multiplicamos por } -1.$$

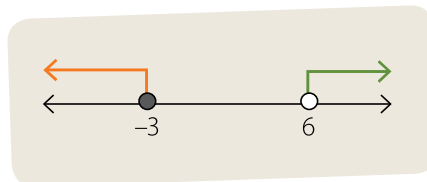
$$x \leq -3$$

Por lo tanto, $S_2 =]-\infty, -3]$.

Luego, la solución del sistema corresponde a la intersección de los conjuntos solución de cada inecuación, o bien, $S = S_1 \cap S_2$. En la figura de la derecha están representadas gráficamente las soluciones de cada inecuación.

Se tiene que, $S_1 \cap S_2 = \emptyset$, es decir, no existe ningún valor de x que satisfaga ambas inecuaciones a la vez. Por lo tanto, el conjunto solución del sistema de inecuaciones anterior es el conjunto vacío. En este caso se dice que el sistema no tiene solución.

En general la solución de un sistema de inecuaciones puede ser un conjunto con una cantidad finita de elementos, un intervalo de números reales, o bien el conjunto vacío.



- Un **sistema de inecuaciones con una incógnita** es un conjunto de dos o más inecuaciones con una incógnita donde el conjunto solución debe verificarse simultáneamente para cada una de ellas. La solución del sistema está dada por la intersección del conjunto solución de cada inecuación.

Actividades

1. Escribe un sistema de inecuaciones lineales cuyo conjunto solución esté representado por el intervalo del contexto inicial de la lección.

2. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales y representa gráficamente su solución.

a.
$$\begin{cases} 3x + 2 \geq x - 4 \\ 5 - x \leq -2 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x + 0,5 \leq 1,2x - 0,2 \\ -x + 4,5 > 0,3 \end{cases}$$

e.
$$\begin{cases} 3x + 2 < x - 4 \\ 7x - 3 > 35 + 5x \\ 1 - 2x > 25 + x \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 5 + 3x < x + 17 \\ x + 18 \geq -8x \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} x + 3 \geq 11 - x \\ 4x \leq 45 - x \\ x - 18 > -2x \end{cases}$$

f.
$$\begin{cases} 21 - 6x \geq 2x - 19 \\ 3 + 8x < 6x + 7 \\ 1 + x \leq 0 \\ 5x - 9 > 2x - 3 \end{cases}$$

3. Si x es un número natural, determina todos sus posibles valores si se cumple que:

$$3x - 1 \leq 7 + x \leq 2x + 9$$

4. Determina el o los valores de a de modo que el sistema $\begin{cases} 3x + 2 \geq x - 4 \\ a - 3x < 38 \end{cases}$:

a. tenga como solución el intervalo $]-4, 15[$;

b. no tenga solución.

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a. La suma de cuatro números consecutivos excede a 42 y no supera 50. Determina el número mayor.
- b. En un triángulo, las medidas de dos de sus lados son 3 cm y 7 cm. Si la medida del tercer lado debe ser inferior a la suma de las medidas de los otros dos lados, y superior a su diferencia, ¿cuáles son las posibles medidas que puede tener el tercer lado, sabiendo que el valor de este es un número entero?
- c. Un músico puede gastar entre \$ 190 000 y \$ 210 000 en un equipo de música y algunos CD. Si el equipo cuesta \$ 170 000 y los CD \$ 8 000 cada uno, encuentra la cantidad mínima y máxima de CD que puede comprar.

Desafío

- a. Inventa un sistema con 3 inecuaciones de modo que la solución del sistema sea un conjunto con un elemento.
- b. Inventa un sistema con 4 inecuaciones de modo que la solución del sistema sean todos los números reales negativos.

Trabajo

◀ **EN GRUPO** ▶ Realicen la **etapa 3** del trabajo de la unidad de las páginas 44 y 45.

2. a. 900 m^2
b. 5,5
c. 2 cajas.

Página 49

Actividades

1. a. $x = 1$
b. $x \in \{-3, -2, -1\}$
c. $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
d. $\mathbb{R}^-$
e. $x = 1$
f. $\emptyset$
2. Pregunta abierta.
3. a. $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$
b. 6 números. $\{94, 95, 96, 97, 98, 99\}$
c. 21
d. Hay tres soluciones posibles, Gustavo podría tener 5 años, 3 años o 1 año.
e. $]0, 8]$
f. 54 minutos.
4. a. No. Por ejemplo, es posible que al desarrollar la inecuación se cancelen las variables y se obtenga una identidad, si la desigualdad es cierta, o una contradicción, si la desigualdad no se cumple. En este caso, la inecuación no tiene solución.
b. Además del caso ya descrito, una inecuación podría no tener solución si la solución algebraica no es pertinente al contexto del problema. Por ejemplo, si para una medida de longitud se obtuvieran como solución solo números negativos, la inecuación no tendría solución.

Antes de continuar

1. Una inecuación es una desigualdad que tiene una o más incógnitas.
2. $24 - 5x < 56 \quad / - 24$
 $-5x < 32 \quad / : -5$
 $x > -\frac{32}{5}$
3. Que las características de los números del conjunto solución sean apropiadas para

representar los datos del problema. Por ejemplo, si se está contando el número de personas que cumplen cierta condición, el resultado no podría ser negativo ni tampoco fraccionario, sino que deben ser números naturales.

Página 50

Repaso

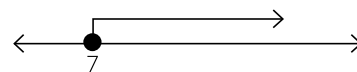
1. Consiste en dos o más inecuaciones lineales que deben resolverse simultáneamente.
2. No, porque satisface solo la primera ecuación, y la solución de un sistema de ecuaciones debe satisfacer ambas soluciones simultáneamente.

Página 52

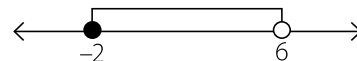
Actividades

1. Pregunta abierta.

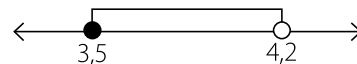
2. a. $[7, +\infty[$



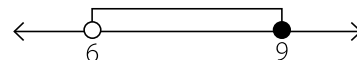
- b. $[-2, 6[$



- c. $[3,5, 4,2[$



- d. $]6, 9]$



- e. $\emptyset$

- f. $\emptyset$

3. $\{1, 2, 3, 4\}$

4. a. No existe el valor de a tal que se obtenga ese conjunto solución.
b. No existe el valor de a tal que el conjunto solución sea vacío.

5. a. 13
b. 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm o 9 cm.
c. 3 CD y 5 CD, respectivamente.