

4°
medio

Aprendo sin parar

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 9

Matemática



Inicio

En esta sesión aprenderás a resolver **INECUACIONES LINEALES** utilizando lo aprendido sobre las **DESIGUALDADES**, **CONJUNTOS** y los **INTERVALOS**. Las desigualdades te permiten expresar situaciones reales y en muchos casos es necesario determinar el **INTERVALO** solución de la desigualdad.



¡ Aprende !

- Lee el problema de la página 46 y compara con la situación presentada a continuación:

1. Sofía viaja en su auto a 36 km/h en un camino que tiene permitido como velocidad máxima 100 km/h ¿Cuánta velocidad puede aumentar Sofía en este camino?

Paso 1: Determinar la variable y escribir la información necesaria

36 km/h velocidad actual

x : velocidad que Sofía puede aumentar

100 km/h velocidad máxima

Paso 2: Calcular

$$36 \text{ km/h} + x \leq 100 \text{ km/h} \quad | - 36 \text{ km/h}$$

$$x \leq 100 \text{ km/h} - 36 \text{ km/h} \quad | \text{ hacer la resta}$$

$$x \leq 64 \text{ km/h}$$

Paso 3: Dar respuesta al problema

Respuesta: Sofía puede aumentar hasta 64km/h.

En este caso no hace sentido hablar de velocidades inferiores a cero, así la solución debe ser positiva

$$S = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid x \leq 64 \text{ km/h}\} = [0 ; 64]$$



Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la **página 47** del texto del estudiante.



Anota en tu cuaderno el desarrollo de los siguientes ejercicios de la **página 49**:

1. Ejercicio f.

Paso 1: determinar las variables

NO HAY NADA EN EL WORD DE ESTE PASO

Paso 2: Calcular.

$$\frac{4x}{3} + 2 < \frac{10}{3} \quad | \cdot 3$$

$$4x + 6 < 10 \quad | - 6$$

$$4x < 4 \quad | : 4$$

$$X = 1$$

Paso 3: Dar respuesta al problema

Respuesta: $S = \{ x \in \mathbb{N} \mid x < 1 \}$

Puede ser que en algunos casos ^{ϕ} el conjunto de los números naturales comience con el cero y por tanto la solución sería $S = \{0\}$

3. Ejercicio e.

Paso 1: identificar la información

Terreno rectangular

perímetro: 2 veces el ancho más 2 veces el largo

Ancho 5m

x: largo

Paso 2: Calcular.

$$2 \cdot 5m + 2 \cdot x < 26m \quad | \text{ multiplicando}$$

$$10m + 2x < 26m \quad | -10m$$

$$2x < 16m \quad | :2$$

$$x < 8m$$

Paso 3: Dar respuesta al problema

Respuesta: $S =]0; 16[$

Notar que para que el terreno sea un rectángulo la medida inicial no puede ser igual a 0, por eso es un intervalo abierto en 0.

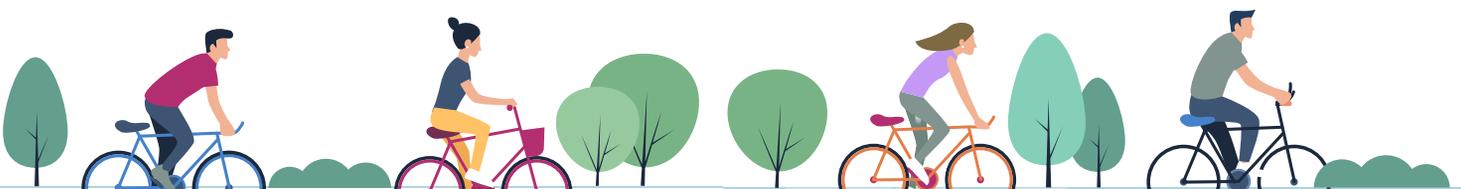


Resuelve los ejercicios 1, 2 y 3 de la **página 49** del texto y compara tus respuestas con las soluciones entregadas en la **página 348**.

Cierre

Vamos concluyendo

- Responde a las siguientes preguntas o instrucciones y anota tu respuesta en tu cuaderno:
 - a. Describe los pasos para resolver una inecuación
 - b. ¿Cuál es la solución de $x - 7 > 3$?



4^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Inecuaciones lineales con una incógnita

Aprenderé a: resolver inecuaciones lineales con una incógnita y resolver problemas con inecuaciones lineales.

Repaso

- ¿Qué es una ecuación?
- Explica, paso a paso, cómo resolverías la ecuación $2x - 3 = 19$.

Sofía viaja en su auto a 36 km/h en un camino cuyo límite máximo de rapidez es el indicado por el letrero de la derecha.

Si Sofía aumenta su rapidez en 12 km/h, ¿sobrepasará el límite permitido?, ¿y qué pasaría si la aumenta en 18 km/h?, ¿por qué?



Archivo editorial

Muchas situaciones de la vida cotidiana las podemos modelar usando desigualdades en las que hay términos desconocidos; por ejemplo, en el problema anterior podemos llamar x a la velocidad que Sofía puede aumentar sin sobrepasar el límite. Por lo tanto, se tendría que cumplir la desigualdad:

$$36 + x \leq 50$$

Seguramente habrás notado que si usamos diferentes valores de x y los reemplazamos en la desigualdad anterior, obtenemos que para algunos valores de x , la desigualdad se cumple y para otros no se cumple; por ejemplo, si $x = 10$, la desigualdad nos queda:

$$36 + 10 \leq 50$$

$$46 \leq 50$$

Por lo tanto, la desigualdad se cumple. Sin embargo, si $x = 20$, tenemos:

$$36 + 20 \leq 50$$

$$56 \leq 50$$

En este caso, la desigualdad no se cumple, pues 56 es mayor que 50.

Ahora, nos interesa saber para cuáles valores de x la desigualdad siempre se cumple. Para esto podemos aplicar propiedades de las desigualdades. Observa.

$$36 + x \leq 50 \quad \text{-----} \bullet \text{ Restamos 36.}$$

$$x \leq 14$$

Por lo tanto, para que la desigualdad sea cierta, x debe ser un número menor o igual a 14. Si escribimos lo anterior como un intervalo, diremos que $x \in]-\infty, 14]$.

Esto significa que Sofía puede aumentar su rapidez en a lo más 14 km/h para no sobrepasar el límite. Sin embargo, ¿todos los valores menores o iguales que 14 cumplen con ser solución del problema?

En este caso, no tiene sentido hablar de rapidez negativas, por lo que podemos decir, de acuerdo al contexto del problema, que el rango de velocidades que Sofía podría aumentar es de 0 a 14 km/h.

También podemos representar la solución de manera gráfica. En el ejemplo anterior, todos los valores posibles de x están representados en la figura de la izquierda:



Aplicando propiedades de las desigualdades, hemos logrado descubrir todos los posibles valores del término desconocido. A este tipo de desigualdades las llamaremos **inecuaciones**, las cuales son desigualdades con una o más incógnitas.

¿Cómo hacerlo?

Si un joven es 22 años menor que su padre y 48 años menor que su abuelo, ¿a partir de qué edad la suma de los años que tienen él y su padre será mayor que la edad de su abuelo?

Si definimos como x la edad del joven, entonces la edad de su padre y su abuelo serán $x + 22$ y $x + 48$, respectivamente. Luego, planteamos la inecuación:

$$x + x + 22 > x + 48 \text{ -----} \bullet \text{ Reducimos términos semejantes.}$$

$$2x + 22 > x + 48 \text{ -----} \bullet \text{ Restamos } x.$$

$$x + 22 > 48 \text{ -----} \bullet \text{ Restamos } 22.$$

$$x > 26$$

En consecuencia, si el joven es mayor de 26 años, la suma de su edad con la de su padre superará la cantidad de años que tiene su abuelo.

Tomo nota

- Una **inecuación** es una desigualdad que tiene una o más incógnitas. Para resolverla, debemos encontrar todos los valores de las incógnitas que hacen verdadera la desigualdad.
- El conjunto solución de una inecuación con una incógnita se puede representar mediante un intervalo, o bien, gráficamente en la recta numérica.

Actividades

1. Determina el conjunto solución de las siguientes inecuaciones y represéntalo gráficamente en la recta real.

a. $x - 2(x - 3) > 0$

c. $\frac{2x}{5} - 3 > \frac{3x}{2} + 1$

e. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} > \frac{3-x}{6}$

b. $(x + 1)^2 - 5 \geq x(x - 2)$

d. $2x + 3 \leq 4x - (x - 10)$

f. $(x + 3)(x - 3) + 2x - 6 \geq x^2$

2. Resuelve los siguientes problemas.

- Don José quiere cercar su terreno cuadrado con tres vueltas de alambre. Si en total dispone de 360 m de alambre, ¿qué área, como máximo, debería tener el terreno de modo que le alcance con el material que tiene?
- En cierta asignatura, Paola tiene las siguientes notas: 5,5; 6,5; 7,0 y 6,0. Si desea obtener un promedio final superior a 6,0 y únicamente le falta dar la prueba coeficiente dos, ¿qué nota debería obtener, como mínimo, para alcanzar el promedio deseado?
- Una camioneta transporta cajas con lechugas y papas. Las masas de cada caja son 12 kg y 25 kg, respectivamente. Si una verdulería solicitó el transporte de 4 cajas de papas y el resto en lechugas, ¿cuántas cajas de lechugas, como máximo, pudo haber recibido la verdulería, considerando que la carga total no debe exceder los 130 kg?

Desafío

- ¿Para qué valor de a , el conjunto solución de la inecuación $ax + 3 > 4a - 6$ son todos los números reales negativos?
- Sea $f(x) = \sqrt{2x - 8}$. ¿Cuál es el dominio de f ?

Actividades

1. Resuelve las siguientes inecuaciones, considerando la condición dada para x .

a. $3x - 2(4x - 7) \geq 9, x \in \mathbb{N}$

b. $2x + 3 > x - 1, x \in \mathbb{Z}^-$

c. $\frac{5 + 3x}{23} < 1, x \in \mathbb{N}$

d. $\frac{-9x}{2} - 1 < 2 - 5x, x \in \mathbb{R}^-$

e. $x(x + 6) + (3 - x)x \leq 13 - x, x \in \mathbb{Z}^+$

f. $\frac{4x}{3} + 2 < \frac{10}{3}, x \in \mathbb{N}$

2. Inventa una situación que se pueda modelar con la inecuación $300x + 5\,000 < 12\,000$, donde x es un número natural. Luego, pídele a un compañero que resuelva la inecuación y que responda en función del contexto.

3. Resuelve los siguientes problemas.

- ¿Cuáles son los números naturales impares tales que su triple disminuido en 5 es menor que 46?
- ¿Cuántos números de dos cifras hay tales que al multiplicarlos por 7 dan como resultado un número mayor o igual que 658?
- La suma de tres números consecutivos es mayor que 60. ¿Cuál es el menor valor que podría adoptar el número mayor?
- Marcela, Francisco y Gustavo son hermanos. Marcela tiene 15 años y Francisco tiene 3 años más que Gustavo. La suma de los años de Francisco y Gustavo no alcanza a igualar la edad de Marcela. ¿Cuántos años tiene Gustavo si su edad es un número impar?
- ¿Cuánto debe medir el largo de un terreno rectangular si su ancho mide 5 m y su perímetro no debe exceder los 26 m? Representa tu respuesta con un intervalo de números reales.
- Una compañía celular tiene un plan en el que hay que pagar un cargo fijo mensual de \$ 7 500 más \$ 120 por minuto hablado. Si Ana quiere que su cuenta no exceda los \$ 14 000, ¿cuántos minutos tendría que hablar, como máximo?

4. Responde la siguientes preguntas.

- ¿Todas las inecuaciones lineales con una incógnita tienen solución? Justifica.
- ¿En qué situaciones una inecuación lineal con una incógnita podría no tener solución?

Desafío

- Inventa una inecuación lineal cuyo conjunto solución tenga un solo elemento.
- ¿Para qué valor de m , las inecuaciones $2x + 1 \leq 4$ y $-3 + x \leq 5x + m$ tienen el mismo conjunto solución?

Trabajo

< EN PAREJAS ► Realicen la etapa 2 del trabajo de la unidad de las páginas 44 y 45.

Antes de continuar

- ¿Qué es una inecuación?
- Explica, paso a paso, cómo resolverías la inecuación $24 - 5x < 56$.
- ¿Qué significa que la solución de un problema sea pertinente al contexto? Da un ejemplo.

2. a. 900 m^2
- b. 5,5
- c. 2 cajas.

Página 49

Actividades

1. a. $x = 1$
 - b. $x \in \{-3, -2, -1\}$
 - c. $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 - d. \mathbb{R}^-
 - e. $x = 1$
 - f. \emptyset
2. Pregunta abierta.
3. a. $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$
 - b. 6 números. $\{94, 95, 96, 97, 98, 99\}$
 - c. 21
 - d. Hay tres soluciones posibles, Gustavo podría tener 5 años, 3 años o 1 año.
 - e. $]0, 8]$
 - f. 54 minutos.
4. a. No. Por ejemplo, es posible que al desarrollar la inecuación se cancelen las variables y se obtenga una identidad, si la desigualdad es cierta, o una contradicción, si la desigualdad no se cumple. En este caso, la inecuación no tiene solución.
 - b. Además del caso ya descrito, una inecuación podría no tener solución si la solución algebraica no es pertinente al contexto del problema. Por ejemplo, si para una medida de longitud se obtuvieran como solución solo números negativos, la inecuación no tendría solución.

Antes de continuar

1. Una inecuación es una desigualdad que tiene una o más incógnitas.
2.
$$\begin{array}{l} 24 - 5x < 56 & / - 24 \\ -5x < 32 & / : -5 \\ x > -\frac{32}{5} \end{array}$$
3. Que las características de los números del conjunto solución sean apropiadas para

representar los datos del problema. Por ejemplo, si se está contando el número de personas que cumplen cierta condición, el resultado no podría ser negativo ni tampoco fraccionario, sino que deben ser números naturales.

Página 50

Repaso

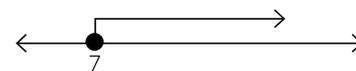
1. Consiste en dos o más inecuaciones lineales que deben resolverse simultáneamente.
2. No, porque satisface solo la primera ecuación, y la solución de un sistema de ecuaciones debe satisfacer ambas soluciones simultáneamente.

Página 52

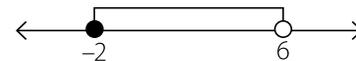
Actividades

1. Pregunta abierta.

2. a. $[7, +\infty[$



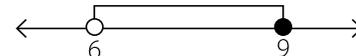
- b. $[-2, 6[$



- c. $[3,5, 4,2[$



- d. $]6, 9]$



- e. \emptyset

- f. \emptyset

3. $\{1, 2, 3, 4\}$

4. a. No existe el valor de a tal que se obtenga ese conjunto solución.

- b. No existe el valor de a tal que el conjunto solución sea vacío.

5. a. 13

- b. 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm o 9 cm.

- c. 3 CD y 5 CD, respectivamente.