

4°
medio

Aprendo sin parar

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 8

Matemática



Inicio

En esta sesión aprenderás sobre las **PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES**, estas propiedades te permitirán desarrollar las inecuaciones para encontrar el conjunto solución.



¡ Aprende !

- Lee la explicación que se hace para las propiedades de la desigualdad en la página 31 del texto, luego compara con el siguiente ejemplo:

- a) Gustavo tiene 37 canciones en su celular
- b) Tomás tiene 77 canciones en su celular

Símbolos	Frases
$37 < 77 \quad \cdot 3$	Cada uno va aumentando el triple de la cantidad de canciones que ya tiene
$37 \cdot 3 < 77 \cdot 3 = 111 < 231$	Si multiplicamos por un número positivo la desigualdad se mantiene
$37 < 77 \quad \cdot (-2)$	Por un virus, se pierde el doble de la cantidad de canciones que tenía (Tomás pierde más canciones), esto significa que cuando vuelvan a bajar canciones a su celular no será posible escucharlas.
$37 \cdot (-2) > 77 \cdot (-2) = -74 > -174$	Si multiplicamos por un número negativo la desigualdad se invierte



Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la **página 31** del texto del estudiante.



Anota en tu cuaderno el desarrollo de los siguientes ejercicios:

1. Si un número se encuentra entre 5 y 10 ¿entre qué valores se hallará el cuádruple de tal número disminuido en 7?

Paso 1: determinar las variables

x: es el número que se encuentra entre 5 y 10

Paso 2: Calcular.

$$5 < x < 10 \quad | \cdot 4 \quad (\text{el cuádruple})$$

$$20 < 4x < 40 \quad | -7 \quad (\text{disminuido en 7})$$

$$13 < 4x - 7 < 33$$

Paso 3: Dar respuesta al problema

Respuesta: El cuádruple del número x disminuido en 7 se encuentra entre 13 y 33.

1. Sea x un número positivo tal que $-2 < x < 5$
¿entre qué valores se encuentra la expresión $7 - \frac{2x}{3}$?

Paso 1: determinar la información inicial

$$-2 < x < 5$$

Paso 2: Calcular.

$$-2 < x < 5 \quad | \cdot (-2)$$

$$4 > -2x > -10 \quad | \div (3)$$

$$\frac{4}{3} > -\frac{2x}{3} > \frac{10}{3} \quad | +7$$

$$7 + \frac{4}{3} > 7 - \frac{2x}{3} > 7 + \frac{10}{3}$$

$$\frac{21}{3} + \frac{4}{3} > 7 - \frac{2x}{3} > \frac{21}{3} + \frac{10}{3}$$

$$\frac{25}{3} > 7 - \frac{2x}{3} > \frac{11}{3}$$

Paso 3: Dar respuesta al problema

Respuesta: La expresión $7 - \frac{2x}{3}$ se encuentra entre $\frac{11}{3}$ y $\frac{25}{3}$.

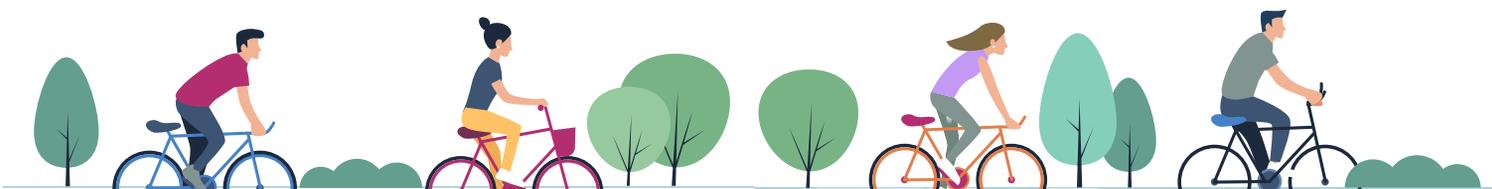


Resuelve los ejercicios 2, 3, 4, 6, y 7 de la **página 33** del texto y compara tus respuestas con las soluciones entregadas en la **página 343**.

Cierre

Vamos concluyendo

- Responde a las siguientes preguntas o instrucciones y anota tu respuesta en tu cuaderno:
 - a. ¿Cómo explicarías la propiedad de invertir el signo cuando se multiplica por un número negativo?
 - b. Si un número varía entre -3 y 2 ¿entre que valores varía su doble?



4^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Ya vimos lo que ocurre si sumamos o restamos un número real a ambos lados de la desigualdad. Pero, ¿qué crees que sucede si multiplicamos o dividimos una desigualdad por un número real?

Para responder la pregunta anterior debemos considerar si multiplicamos la desigualdad por un número real positivo o negativo; por ejemplo, observa lo que sucede si multiplicamos por un número real positivo:

$$4 < 6 \text{ -----} \bullet \text{ Multiplicamos por } 5.$$

$$4 \cdot 5 < 6 \cdot 5 \text{ -----} \bullet \text{ Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$20 < 30$$

El sentido de la desigualdad no cambia si multiplicamos ambos lados por un número real positivo. En el caso de la división sucede lo mismo; por ejemplo:

$$36 > 24 \text{ -----} \bullet \text{ Dividimos por } 12.$$

$$\frac{36}{12} > \frac{24}{12} \text{ -----} \bullet \text{ Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$3 > 2$$

Ahora veamos qué ocurre si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por un número real negativo.

$$2 < 4 \text{ -----} \bullet \text{ Multiplicamos por } -3.$$

$$2 \cdot (-3) < 4 \cdot (-3) \text{ -----} \bullet \text{ Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$-6 > -12$$

En el caso anterior, ocurrió que al multiplicar ambos lados de la desigualdad por un número negativo el sentido de la desigualdad cambió. En la división sucede algo similar, es decir, si ambos lados de una desigualdad se divide por un número negativo, el sentido de la desigualdad cambia; por ejemplo:

$$-20 < 28 \text{ -----} \bullet \text{ Dividimos por } -4.$$

$$\frac{-20}{-4} > \frac{28}{-4} \text{ -----} \bullet \text{ Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$5 > -7$$

En general, si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por un mismo número real negativo, el sentido de esta se invierte.

Tomo nota

- El sentido de una desigualdad **no cambia** si se multiplica o divide un mismo número real positivo a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^+$, entonces $ac < bc$;
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^+$, entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
- El sentido de una desigualdad **cambia** si se multiplica o divide un mismo número real negativo a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^-$, entonces $ac > bc$;
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^-$, entonces $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

Actividades

1. Si un número varía entre -6 y 8 , ¿entre qué valores varía su opuesto, disminuido en 9 ?
2. Si un número se encuentra entre 10 y 20 , ¿entre qué valores se hallará el cuádruple de tal número, disminuido en 6 ?
3. Sea x un número positivo tal que $0 < x < 3$. ¿Entre qué valores se encuentra la expresión $1 - \frac{3x}{2}$?
4. Si el lado de un cuadrado varía entre 4 cm y 8 cm, ¿entre qué valores varía su perímetro?, ¿y su área aumentada en 2 ?
5. Considera la expresión $H = 2t^2 - 15t + 28$. Usando las propiedades de las desigualdades, demuestra que si $5 \leq t \leq 9$, entonces $3 \leq H \leq 55$.
6. **CONEXIÓN CON LA CIENCIA** ▶ Una escala de temperatura muy utilizada por los científicos es la escala Kelvin (K). La relación entre la temperatura en grados Fahrenheit y Kelvin se puede representar por medio de la expresión $F = 1,8K - 459,67$, donde F es la temperatura medida en grados Fahrenheit y K , en Kelvin.
 - a. Si el agua permanece en estado líquido entre los $273,15$ K y los $373,15$ K, ¿cuál es esta variación si se mide en grados Fahrenheit?
 - b. ¿Entre qué temperaturas el agua permanece líquida si se mide en grados Celsius? Utiliza la expresión que relaciona las temperaturas en grados Celsius y Fahrenheit de la página anterior.
 - c. Un día, la temperatura mínima en Miami fue de 62 °F, mientras que la máxima llegó a 75 °F. ¿Cuál es esta variación de temperatura si se mide en Kelvin?
7. Se sabe que $u + 1 < v < 0$. Ordena los números $\frac{u+2}{v-1}$ y $\frac{v+1}{u}$ de menor a mayor.
8. Lee las siguientes afirmaciones y, luego, responde.



La edad de Silvia no es menor que la de Roxanna ni que la de Paulina.



La edad de Roxanna es mayor que la de Maribel.



La edad de Cecilia no es menor que la de Silvia.

Determina si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a. La edad de Cecilia es menor que la de Maribel.
- b. La edad de Cecilia no es mayor que la de Roxanna.
- c. La edad de Maribel no es mayor que la de Silvia.

Desafío

EN PAREJAS ▶ A partir de la situación de la actividad 8, discute con un compañero.

- a. ¿Podría Silvia tener la misma edad que Paulina?, ¿por qué?
- b. ¿Podría Maribel tener la misma edad de Silvia?, ¿por qué?

EN GRUPO ▶ Reúnete con 2 compañeros y discutan las siguientes preguntas.

- a. Si Cecilia y Paulina tienen la misma edad, ¿podría Cecilia tener la misma edad que Silvia?, ¿por qué?
- b. Si Cecilia y Paulina tienen la misma edad, ¿es verdad que Maribel es la menor?, ¿por qué?

Antes de continuar

1. Para representar conjuntos infinitos de números reales que, por comprensión, se describen como $A = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$, con $a < b$, por ejemplo.
2. El intervalo $[3, 9]$ contiene al 3 y al 9, mientras que $]3, 9[$ no los contiene.

Página 30

Repaso

1. No cambia la inclinación de la balanza.

Página 33

Actividades

1. Entre -17 y -3 .
2. Entre 34 y 74 .
3. Entre $-\frac{7}{2}$ y 1 .
4. Su perímetro varía entre 16 cm y 32 cm, mientras que su área aumentada en 2 varía entre 18 cm² y 66 cm².

$$\begin{array}{ll} 5 \leq t \leq 9 & 5 \leq t \leq 9 \\ 1 \leq t - 4 \leq 5 & 10 \leq 2t \leq 18 \\ & 3 \leq 2t - 5 \leq 11 \end{array}$$

Multiplicando las desigualdades, ya que ambas son positivas, obtenemos:

$$\begin{array}{l} 1 \cdot 3 \leq (t - 4)(2t - 5) \leq 5 \cdot 11 \\ 3 \leq 2t^2 - 15t + 28 \leq 55 \end{array}$$

6. a. Entre los 32 °F y los 212 °F.
b. Entre los 0 °C y los 100 °C.
c. Entre $289,8$ K y 297 K.
7. De menor a mayor, $\frac{v+1}{u}, \frac{u+2}{v-1}$.
8. a. F
b. F
c. F

Página 35

Actividades

1. En el primer paso, al multiplicar por el número positivo b , ya que así no cambia el sentido de la desigualdad.

2. a. Como $a < 0$ y $b < 0$, por hipótesis, se tiene que $20ab > 0$. Además, el cuadrado de todo número real es siempre positivo.

$$\frac{(2a - 5b)^2}{20ab} \geq 0$$

$$\frac{4a^2 - 20ab + 25b^2}{20ab} \geq 0$$

$$\frac{4a^2 + 25b^2}{20ab} \geq \frac{20ab}{20ab}$$

$$\frac{4a^2 + 25b^2}{20ab} \geq 1$$

$$\frac{a}{5b} + \frac{5b}{4a} \geq 1$$

Luego, queda demostrada la desigualdad. La igualdad se verifica si $a = \frac{5b}{2}$.

- b. La desigualdad también se satisface para $a > 0$ y $b > 0$, ya que también $20ab > 0$.

x	0,95	0,80	0,65	0,20	0,10	0,01
x^2	0,9025	0,64	0,4225	0,04	0,01	0,0001

- b. $x^2 < x$. Si $x \leq -1$ o si $x \geq 1$ no ocurre lo mismo, en esos casos $x \geq x^2$.
- c. Si $0 < x < 1$, entonces $x^2 < x$.
4. Como $a > 0$ y $b > 0$, por hipótesis, entonces $2ab > 0$.

$$\begin{array}{l} 2ab > 0 \\ a^2 + 2ab + b^2 > a^2 + b^2 \\ (a + b)^2 > a^2 + b^2 \\ a + b > \frac{a^2 + b^2}{a + b} \end{array}$$

Luego, queda demostrada la desigualdad.

Antes de continuar

1. Se mantiene.
2. Multiplicar o dividir por un número negativo.
3. Demostrando que es equivalente a algo demostrado anteriormente, o bien justificar que es falsa, usando un contraejemplo.

Páginas 36 a 39

Practico

1. a. F, porque $14 < 18$.
b. V