

4º
medio

Aprendo sin parar

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 7

Matemática



Inicio

En esta sesión aprenderás sobre las **PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES**, estas propiedades te permitirán desarrollar las inecuaciones para encontrar el conjunto solución.



¡ Aprende !

- Lee la explicación que se hace para las propiedades de la desigualdad en la página 30 del texto, luego compara con el siguiente ejemplo:

- a) Gustavo tiene 37 canciones en su celular
- b) Bruno tiene 50 canciones en su celular
- c) Tomás tiene 77 canciones en su celular

Símbolos	Frases
$37 < 50$	Gustavo tiene menos canciones que Bruno
$50 < 77$	Tomás tiene más canciones que Bruno
Propiedad transitiva $37 < 50$ y $50 < 77 \longrightarrow 37 < 77$	Entonces, Gustavo tiene menos canciones que Tomás
$47 < 60$	Si agregamos 10 canciones más a Gustavo y a Tomás la desigualdad se mantiene
$40 < 67$	Si quitamos 10 canciones más a Gustavo y a Tomás la desigualdad se mantiene



Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la página 30 del texto del estudiante.

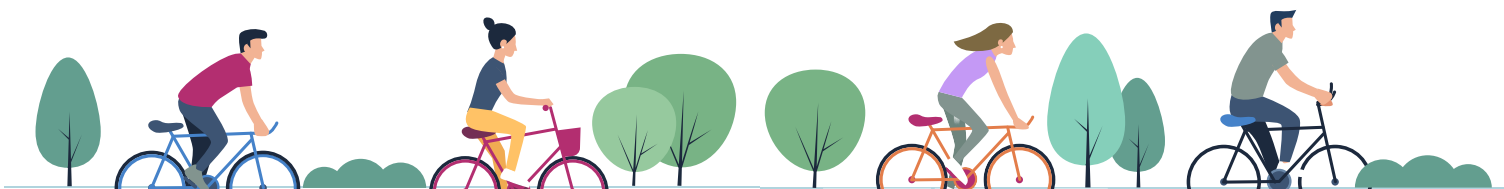


Resuelve los ejercicios 1 y 8 de la **página 33** y compara tus respuestas con las soluciones entregadas en la **página 342** del texto.

Cierre

Vamos concluyendo

- Responde a las siguientes preguntas o instrucciones y anota tu respuesta en tu cuaderno:
 - a. ¿Cómo explicarías la propiedad transitiva a un amigo o familiar?
 - b. Muestra dos ejemplos de suma o resta donde se mantenga la desigualdad.



4º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

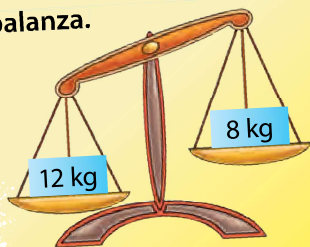
A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Propiedades de las desigualdades

Aprenderé a: conocer y utilizar las propiedades de las desigualdades.

Repaso

Observa la siguiente balanza.



1. Si a ambos lados se agregan 5 kg, ¿cambia la inclinación de la balanza?, Comenta con un compañero.

Tres amigos, Bruno, Gustavo y Tomás, tienen música en sus celulares. Gustavo tiene menos canciones que Bruno y Tomás tiene más canciones que Bruno.

- ¿Quién tiene más canciones en su celular: Tomás o Gustavo?, ¿cómo lo supiste?

Casos como el del problema anterior también los podemos resolver utilizando algunas propiedades que tienen las desigualdades. Observa.

Si representamos como g , b y t la cantidad de canciones que tienen Gustavo, Bruno y Tomás, respectivamente, podemos modelar la situación usando desigualdades, al escribir: $g < b$ y $b < t$. Luego, se cumple que: $g < b < t$.

Finalmente, podemos concluir que $g < t$, es decir, Gustavo tiene menos canciones que Tomás, o bien, Tomás tiene más canciones que Gustavo.

La propiedad anterior se denomina **transitividad**.

Ahora, si Tomás agrega 5 canciones más a su colección y Gustavo también agrega 5 canciones a su colección, ¿seguirá Tomás teniendo más canciones que Gustavo?

La respuesta es correcta, ya que ambos agregaron la misma cantidad de canciones, por lo tanto, Tomás seguirá teniendo más. Lo mismo ocurriría si ambos jóvenes eliminaran la misma cantidad de canciones.

Por lo tanto, si a ambos lados de una desigualdad se suma o resta un mismo número, la desigualdad se mantiene. Esta propiedad la podemos verificar con algunos ejemplos.

$3 < 7$ • Sumamos 5 a cada lado de la desigualdad.

$3 + 5 ? 7 + 5$ • Calculamos las sumas y verificamos el signo de la desigualdad.
 $8 < 12$

Pese a sumar 5 a ambos lados de la desigualdad, el sentido de ésta no cambió. En el caso de la sustracción ocurre algo similar:

$3 < 7$ • Restamos 6 a cada lado de la desigualdad.

$3 - 6 ? 7 - 6$ • Calculamos las restas y verificamos el signo de la desigualdad.
 $-3 < 1$

Tomo nota

- Propiedad de transitividad:

Si a , b y c son números reales y se cumple que $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

- El sentido de una desigualdad no cambia si se suma o resta un mismo número real a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}$, entonces, $a + c < b + c$;
 - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}$, entonces $a - c < b - c$.

Actividades

1. Si un número varía entre -6 y 8 , ¿entre qué valores varía su opuesto, disminuido en 9 ?
2. Si un número se encuentra entre 10 y 20 , ¿entre qué valores se hallará el cuádruple de tal número, disminuido en 6 ?
3. Sea x un número positivo tal que $0 < x < 3$. ¿Entre qué valores se encuentra la expresión $1 - \frac{3x}{2}$?
4. Si el lado de un cuadrado varía entre 4 cm y 8 cm, ¿entre qué valores varía su perímetro?, ¿y su área aumentada en 2 ?
5. Considera la expresión $H = 2t^2 - 15t + 28$. Usando las propiedades de las desigualdades, demuestra que si $5 \leq t \leq 9$, entonces $3 \leq H \leq 55$.
6. **CONEXIÓN CON LA CIENCIA** ▶ Una escala de temperatura muy utilizada por los científicos es la escala Kelvin (K). La relación entre la temperatura en grados Fahrenheit y Kelvin se puede representar por medio de la expresión $F = 1,8K - 459,67$, donde F es la temperatura medida en grados Fahrenheit y K , en Kelvin.
 - a. Si el agua permanece en estado líquido entre los $273,15$ K y los $373,15$ K, ¿cuál es esta variación si se mide en grados Fahrenheit?
 - b. ¿Entre qué temperaturas el agua permanece líquida si se mide en grados Celsius? Utiliza la expresión que relaciona las temperaturas en grados Celsius y Fahrenheit de la página anterior.
 - c. Un día, la temperatura mínima en Miami fue de 62 °F, mientras que la máxima llegó a 75 °F. ¿Cuál es esta variación de temperatura si se mide en Kelvin?
7. Se sabe que $u + 1 < v < 0$. Ordena los números $\frac{u+2}{v-1}$ y $\frac{v+1}{u}$ de menor a mayor.
8. Lee las siguientes afirmaciones y, luego, responde.



La edad de Silvia no es menor que la de Roxanna ni que la de Paulina.



La edad de Roxanna es mayor que la de Maribel.



La edad de Cecilia no es menor que la de Silvia.

Determina si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a. La edad de Cecilia es menor que la de Maribel.
- b. La edad de Cecilia no es mayor que la de Roxanna.
- c. La edad de Maribel no es mayor que la de Silvia.

Desafío

EN PAREJAS ▶ A partir de la situación de la actividad 8, discute con un compañero.

- a. ¿Podría Silvia tener la misma edad que Paulina?, ¿por qué?
- b. ¿Podría Maribel tener la misma edad de Silvia?, ¿por qué?

EN GRUPO ▶ Reúnete con 2 compañeros y discutan las siguientes preguntas.

- a. Si Cecilia y Paulina tienen la misma edad, ¿podría Cecilia tener la misma edad que Silvia?, ¿por qué?
- b. Si Cecilia y Paulina tienen la misma edad, ¿es verdad que Maribel es la menor?, ¿por qué?

3. a. $P \cap Q = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6\}$
 b. $R \cup P = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 c. $(P \cap R) \cup Q = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
 d. $(Q \cup R) \cup P = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 e. $(P \cap Q) \cap R = \{2, 4\}$
 f. $(P \cap R) \cup (Q \cup R) = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
4. a. $A = \{x \in \mathbb{Z} / -81 < x \leq 19\}$
 b. $B = \{x \in \mathbb{Z} / -50 \leq x \leq 160 \text{ y } x \text{ es par}\}$
 c. $C = \{x \in \mathbb{Z} / -20 < x < 20 \text{ y } x \text{ es impar}\}$
 d. $D = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 88 \text{ y } x \text{ es compuesto}\}$

Antes de continuar

1. Cuando la relación establecida se cumple.
2. $b \geq 650$
3. $A = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es mayor que } -4 \text{ y menor que } 8\}$

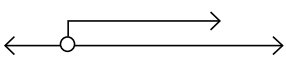
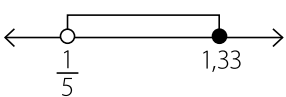
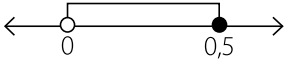
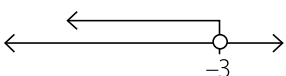
Página 26

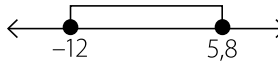
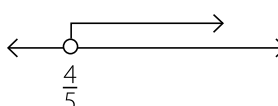
Repaso

1. Por ejemplo, 1,21, 1,221, 1,234, 1,26, 1,2899, 1,2904, 1,356, 1,37, 1,386 y 1,3995.
2. Infinitos.

Página 27

Actividades

1. a. Por ejemplo, 0,3, 0,55, 0,879.
 b. Por ejemplo, 3,2, 3,543, 3,921.
 c. Por ejemplo, 1,4112, 1,4135, 1,41415.
 d. Por ejemplo, 0,001, 0,025, 0,068.
 e. Por ejemplo, 1,415, 1,563, 1,7298.
 f. Por ejemplo, -0,0008, -0,0007, -0,0004.
2. a. $] -\infty, -\sqrt{3}[$ 
- b. $\left[\frac{1}{5}, 1,33\right]$ 
- c. $]0, 0,5]$ 
- d. $] -\infty, -3]$ 

- e. $[-12, 5,8]$ 
- f. $\left[\frac{4}{5}, +\infty\right[$ 

3. a. Por ejemplo, $[0, 4]$
 b. Por ejemplo, $[10, 18]$
 c. $[0, 1]$, $[3, 4]$, $[1, 2]$ y $[0, 1]$, respectivamente.

Página 29

Actividades

1. a. $[2, 18[$
 b. $\emptyset$
 c. $\left[-\frac{7}{4}, +\infty\right[$
 d. $\left]0, \frac{5}{3}\right]$
 e. $[0, 1[$
 f. $[0, 20]$
2. a. Por ejemplo, $]3, 10[\cup [7, +\infty[\text{ y }]1, +\infty[\cap]3, +\infty[$
 b. Por ejemplo, $\left]-\frac{5}{2}, -1\right[\cup \left[-2, 0\right]$ y $] -12, 0] \cap \left]-\frac{5}{2}, +\infty\right[$
 c. Por ejemplo, $] -\infty, 25[\cup [15, 100[$ y $] -\infty, -100[\cap] -\infty, -99[$
 d. Por ejemplo, $\left[\frac{3}{2}, 20\right] \cup \left[2, \frac{19}{3}\right]$ y $\left[\frac{3}{2}, 20\right] \cap \left[\frac{1}{8}, \frac{19}{3}\right]$
3. a. $] -\infty, 7]$
 b. $] -\infty, 1[\cup [7, +\infty[$
 c. $] -3, 7]$
 d. $] -4, 9[$
 e. $] -3, 1[\cup [7, 9[$
 f. $] -3, 9[$
4. a. $\mathbb{R}^+ =]0, +\infty[$, $\mathbb{R}^- =]-\infty, 0[$
 b. No, porque el intervalo $[0, +\infty[$, que contiene a todo $\mathbb{N}$, contiene además todos los números racionales e irracionales positivos.