4º medio

Aprendo
sin parar

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 5

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN
UCE

Clase
5

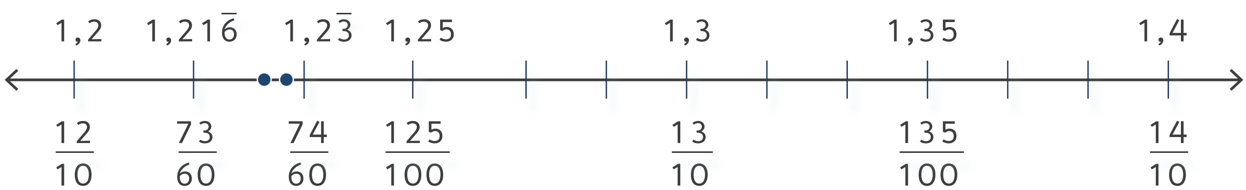
Inicio

En esta sesión utilizaras lo que has visto de ***CONJUNTOS*** y sus operaciones para determinar ***INTERVALOS DE NÚMEROS REALES***. Esto te servirá para describir la solución de inecuaciones.

¡ Aprende !

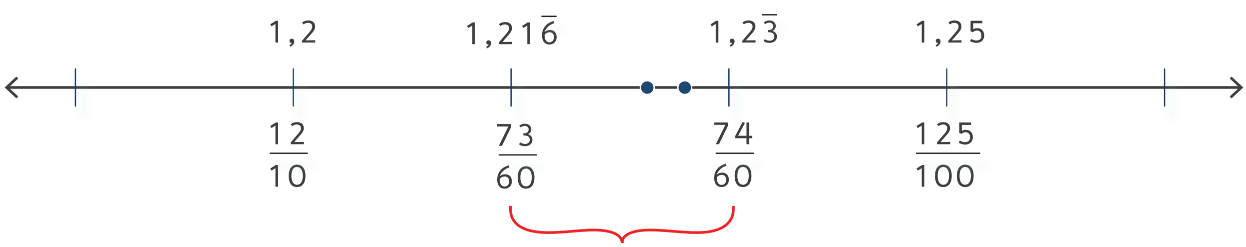
- Lee y responde en tu cuaderno a la pregunta que se hace en el recuadro verde de la página 26.

Observa la siguiente línea recta y los números que se encuentran indicados:



¿Cómo podrías describir todos los números racionales que se encuentran entre $1{,}21\overline{6}$ y $1{,}2\overline{3}$?

Una forma es describir este ***CONJUNTO*** con ***INTERVALOS***:



$$\left]\frac{73}{60};\frac{74}{60}\right[= \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{73}{60} < x < \frac{74}{60} \right\}$$

El ***INTERVALO*** es el ***CONJUNTO*** de números reales que están entre $\frac{73}{60}$ y $\frac{74}{60}$.

Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la página 27 del texto del estudiante.

Resuelve los ejercicios 1, 2 y 3 de la página 27 y compara tus respuestas con las soluciones entregadas en la página 342 del texto.

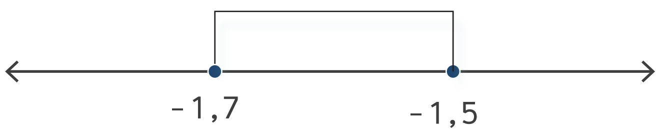
Cierre

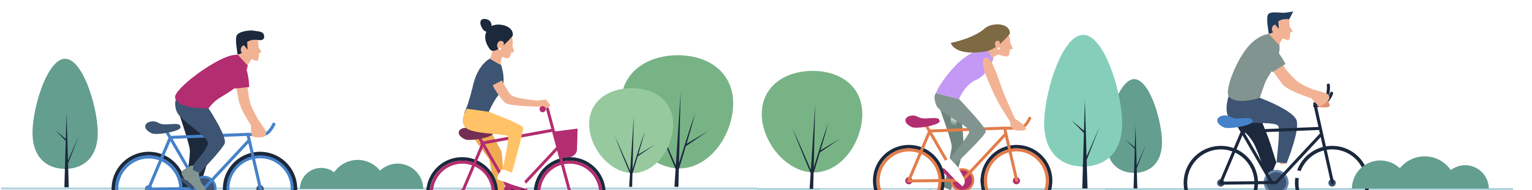
Vamos concluyendo

- Responde a las siguientes preguntas o instrucciones y anota tu respuesta en tu cuaderno:

  a. ¿Qué es un intervalo?

  b. Describe el siguiente intervalo como conjunto:





4º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Intervalos de números reales

Aprenderé a: representar conjuntos de números reales utilizando intervalos y realizar operaciones con intervalos.

Si queremos determinar todos los números enteros que cumplen la condición $-3 \leqslant n < 5$, podemos escribir el conjunto correspondiente, esto es:

$$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

- Ahora, ¿cómo podrías representar por extensión todos los números reales que cumplen la condición $-3 \leqslant x < 5$? Argumenta tu respuesta.

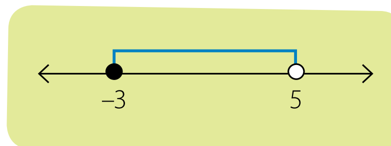
Repaso

1. Menciona 10 números reales que se encuentren entre 1,2 y 1,4.
2. ¿Cuántos números reales hay entre dos números reales dados?

Seguramente te diste cuenta de que escribir por extensión todos los números reales tales que cumplan $-3 \leqslant x < 5$ sería imposible, porque hay infinitos números. Pero existe otra manera de representar este tipo de conjuntos: usando **intervalos de números reales**.

En este caso, el conjunto se representa [–3, 5[. Se dice que es **cerrado** en el –3, porque el conjunto incluye ese número, y **abierto** en el 5, porque no lo incluye.

Otra forma de representar este intervalo es gráficamente en la recta real, tal como se muestra en la figura de la derecha. Observa que en el valor –3 hay un círculo negro; esto es porque el intervalo incluye este valor. En el caso de que no lo incluya, como en el 5, se dibuja un círculo blanco.



Atención

La orientación de los corchetes nos indica si los extremos del intervalo forman parte del conjunto o no.

También se pueden utilizar paréntesis redondos para indicar cuando el número no pertenece al intervalo.

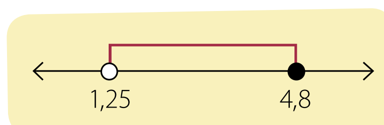
Por ejemplo:
Todos los números n que cumplen: $-1 < n \leqslant 10$ se representan como]–1, 10] o bien (–1, 10].

Todos los números n que cumplen: $5 < n$ se representan como (5, +∞[o bien (5, +∞).

¿Cómo hacerlo?

Representa como un intervalo el conjunto $\{x \in \mathbb{R} / 1{,}25 < x \leqslant 4{,}8\}$.

Para expresar el conjunto anterior como intervalo escribimos los números correspondientes a los extremos del intervalo, separados por una coma (o punto y coma) y un espacio, y decidimos la orientación de los corchetes, según si el intervalo es abierto o cerrado, en cada caso. Luego, el intervalo es]1,25; 4,8], y su representación gráfica es la que se muestra en la imagen de la derecha.



¿Cómo hacerlo?

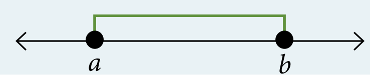
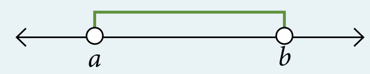
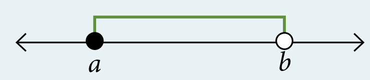
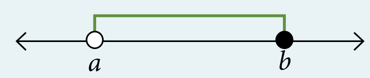
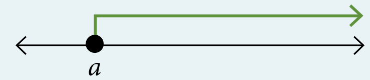
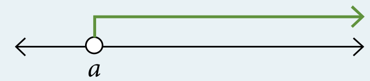
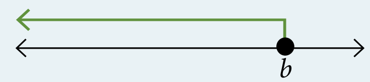
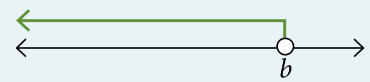
Respecto de la siguiente figura, ¿qué elementos están representados? Exprésalos como un conjunto, por comprensión, y utilizando notación de intervalos.

Para expresar la representación gráfica como conjunto, reconocemos los números que están identificados en la recta numérica. En este caso, corresponde a todos los números menores que –4. Luego, como conjunto se escribe $\{x \in \mathbb{R} / x \leqslant -4\}$. Como intervalo, se escribe]–∞, –4], cerrado en el –4, ya que lo incluye y abierto en el –∞ ("menos infinito") porque –∞ no es exactamente un número, sino que indica, en este caso que el intervalo no está limitado por algún número menor. Mientras que en el caso de +∞ ("más infinito"), se refiere a que no existe un único número mayor que los demás.

Cuando los extremos de los intervalos son decimales, se puede usar punto y coma para distinguir la separación de ambos números de la coma decimal.

Tomo nota

- El conjunto de números reales que se encuentran entre otros dos números dados se puede representar mediante intervalos, con $a, b \in \mathbb{R}$ y $a < b$.

Tipo de intervalo	Notación	Conjunto	Representación gráfica
Cerrado	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
Abierto	$]a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	
Semiabierto	$[a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
	$]a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	
No acotados o infinitos	$[a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	
	$]a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	
	$]-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$	
	$]-\infty, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / x < b\}$	

Actividades

1. **Encuentra tres números que pertenezcan a cada uno de los intervalos dados.**
   a. $]0, 1[$
   b. $]\pi, 4]$
   c. $]1{,}41, \sqrt{2}[$
   d. $]0; 0{,}1[$
   e. $]\sqrt{2}, \sqrt{3}[$
   f. $]-0{,}001; 0[$

2. **Expresa como intervalo y representa gráficamente los siguientes conjuntos.**
   a. $\{x \in \mathbb{R} / -\sqrt{3} < x\}$
   b. $\{x \in \mathbb{R} / \frac{1}{5} < x \leq 1{,}33\}$
   c. $\{x \in \mathbb{R} / 0 < x \leq 0{,}5\}$
   d. $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -3\}$
   e. $\{x \in \mathbb{R} / -12 \leq x \leq 5{,}8\}$
   f. $\left\{x \in \mathbb{R} / x > \frac{4}{5}\right\}$

3. **Considera los siguientes números: 0, π, $\sqrt{2}$ y $\frac{3}{4}$.**
   a. Encuentra un intervalo que contenga todos estos números.
   b. Encuentra un intervalo que no contenga ninguno de ellos.
   c. Para cada número, encuentra un intervalo cerrado que lo contenga y cuyos extremos sean números enteros consecutivos.

3. a. $P \cap Q = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6\}$
   b. $R \cup P = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
   c. $(P \cap R) \cup Q = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
   d. $(Q \cup R) \cup P =$
   $\{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
   e. $(P \cap Q) \cap R = \{2, 4\}$
   f. $(P \cap R) \cup (Q \cup R) = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

4. a. $A = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -81 < x \leq 19\}$
   b. $B = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -50 \leqslant x \leqslant 160$ y x es par$\}$
   c. $C = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -20 < x < 20$ y x es impar$\}$
   d. $D = \{x \in \mathbb{N} \,/\, x \leqslant 88$ y x es compuesto$\}$

Antes de continuar

1. Cuando la relación establecida se cumple.
2. $b \geq 650$
3. $A = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, x$ es mayor que -4 y menor que $8\}$

Página 26

Repaso

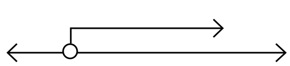
1. Por ejemplo, 1,21, 1,221, 1,234, 1,26, 1,2899, 1,2904, 1,356, 1,37, 1,386 y 1,3995.
2. Infinitos.

Página 27

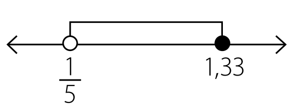
Actividades

1. a. Por ejemplo, 0,3, 0,55, 0,879.
   b. Por ejemplo, 3,2, 3,543, 3,921.
   c. Por ejemplo, 1,4112, 1,4135, 1,41415.
   d. Por ejemplo, 0,001, 0,025, 0,068.
   e. Por ejemplo, 1,415, 1,563, 1,7298.
   f. Por ejemplo, −0,0008, −0,0007, −0,0004.

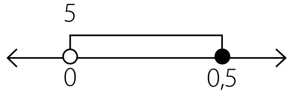
2. a. $]-\infty, -\sqrt{3}[$



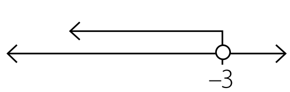
   b. $\left]\frac{1}{5}, 1{,}33\right]$



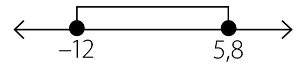
   c. $]0, 0{,}5]$



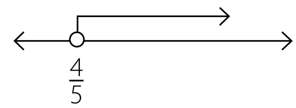
   d. $]-\infty, -3]$



   e. $[-12, 5{,}8]$



   f. $\left]\frac{4}{5}, +\infty\right[$



3. a. Por ejemplo, [0, 4]
   b. Por ejemplo, [10, 18]
   c. [0, 1], [3, 4], [1, 2] y [0, 1], respectivamente.

Página 29

Actividades

1. a. $[2, 18[$
   b. $\varnothing$
   c. $\left[-\frac{7}{4}, +\infty\right[$
   d. $\left]0, \frac{5}{3}\right]$
   e. $[0, 1[$
   f. $[0, 20]$

2. a. Por ejemplo, $]3, 10[\cup [7, +\infty[$ y $]1, +\infty[\cap]3, +\infty[$
   b. Por ejemplo, $\left]-\frac{5}{2}, -1\right[\cup \left[-2, 0\right]$ y
   $]-12, 0] \cap \left]-\frac{5}{2}, +\infty\right[$
   c. Por ejemplo, $]-\infty, 25[\cup [15, 100[$ y
   $]-\infty, -100[\cap]-\infty, -99[$
   d. Por ejemplo, $\left[\frac{3}{2}, 20\right] \cup \left[2, \frac{19}{3}\right]$ y
   $\left[\frac{3}{2}, 20\right[\cap \left[\frac{1}{8}, \frac{19}{3}\right]$

3. a. $]-\infty, 7]$
   b. $]-\infty, 1[\cup [7, +\infty[$
   c. $]-3, 7]$
   d. $]-4, 9[$
   e. $]-3, 1[\cup [7, 9[$
   f. $]-3, 9[$

4. a. $\mathbb{R}^+ =]0, +\infty[$, $\mathbb{R}^- =]-\infty, 0[$
   b. No, porque el intervalo $[0, +\infty[$, que contiene a todo $\mathbb{N}$, contiene además todos los números racionales e irracionales positivos.