

4º
medio

Aprendo sin parar

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

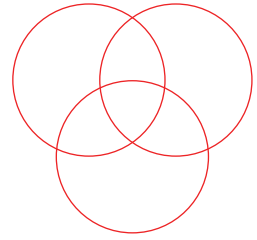
Clase 4

Matemática



Inicio

En esta sesión utilizarás los **SÍMBOLOS ASOCIADOS A LAS DESIGUALDADES** para expresar conjuntos y operaciones entre ellos. Esto te servirá para escribir las soluciones de las inecuaciones.



Anota en tu cuaderno el recuadro “tomo nota” de la **página 24** del texto del estudiante.

Resuelve los ejercicios 1, 2, 3 y 4 de la **página 25** del texto. Revisa tus respuestas comparando con las soluciones entregadas en la **página 341 y 342** del texto.

Cierre

Vamos concluyendo:

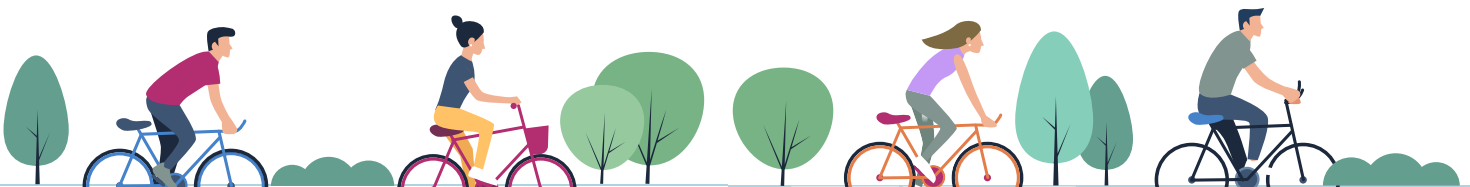
- Responde las siguientes preguntas o instrucciones y anota tu respuesta en tu cuaderno:

a. ¿Para qué valores de x es verdadera la desigualdad?

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\}$$

Valor	Verdadero o Falso
8	
0	
7	
11	

b. Averigua qué es el conjunto vacío.



4º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

No existe una única manera para definir un conjunto. Fíjate que el conjunto A también se puede definir como: $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 999\}$.

Como las desigualdades expresan relaciones entre los números, al definir conjuntos por comprensión resulta útil usar las desigualdades; por ejemplo, si queremos definir el conjunto de todos los números naturales menores que 1 000, resultará largo escribir dicho conjunto por extensión, de modo que lo podemos escribir por comprensión de la siguiente manera:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x < 1\,000\}$$

En algunos casos, al definir un conjunto por comprensión podemos usar más de una desigualdad; por ejemplo, para expresar por comprensión el conjunto de todos los números enteros que se encuentran entre -4 y 7 , ambos incluidos, podemos escribir:

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -4 \leq x \leq 7\}$$

En el caso anterior, la expresión $-4 \leq x \leq 7$ es equivalente a escribir las desigualdades $-4 \leq x$ y $x \leq 7$.

¿Cómo hacerlo?

Representa por comprensión el conjunto $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$.

Si te fijas, los elementos del conjunto son números primos menores o iguales que 29. Luego, lo podemos definir por comprensión de la siguiente manera:

$$B = \{x / x \text{ es primo} \wedge x \leq 29\}$$

¿Cómo hacerlo?

Representa por extensión el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / -5 < x \leq 4\}$.

Los elementos del conjunto A son todos aquellos números enteros mayores que -5 y menores o iguales que 4. Luego, al definirlo por extensión nos queda:

$$B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

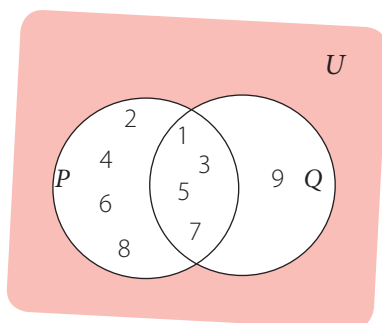
¿Cómo hacerlo?

Dados los conjuntos $P = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 8\}$ y $Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, determina $P \cup Q$ y $P \cap Q$.

Podemos definir el conjunto P por extensión, ya que sus elementos son los números naturales menores o iguales que 8, es decir: $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Luego, $P \cup Q$ contiene a todos los elementos que están en P o en Q , es decir: $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Por otra parte, $P \cap Q$ contiene a todos los elementos que están en P y Q simultáneamente, es decir: $P \cap Q = \{1, 3, 5, 7\}$



Tomo nota

- También se pueden usar desigualdades para representar conjuntos por comprensión; por ejemplo:

$$P = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 8\}$$

tal que

x pertenece al conjunto de los números naturales.

x es mayor que 2 y menor o igual que 8.

Actividades

1. Escribe por extensión los siguientes conjuntos.

- $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 12\}$
- $D = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 6\}$
- $E = \{x \in \mathbb{Z} / -2 < x < 9\}$
- $F = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es primo} \wedge x < 20\}$
- $G = \{x \in \mathbb{N} / -7,5 < x < 6\}$

2. Escribe por comprensión los siguientes conjuntos.

- $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- $S = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$
- $T = \{-5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9\}$
- $U = \{18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$
- $V = \{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
- $W = \{13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

3. Observa los siguientes conjuntos.

$$P = \{x \in \mathbb{Z} / -5 \leq x < 8\}$$

$$Q = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$R = \{x \in \mathbb{N} / -8 < x \leq 4\}$$

Usando los conjuntos anteriores, realiza las operaciones dadas, en cada caso.

- | | | |
|---------------|------------------------|---------------------------------|
| a. $P \cap Q$ | c. $(P \cap R) \cup Q$ | e. $(P \cap Q) \cap R$ |
| b. $R \cup P$ | d. $(Q \cup R) \cup P$ | f. $(P \cap R) \cup (Q \cup R)$ |

4. Usando desigualdades, representa por comprensión los siguientes conjuntos.

- Números enteros mayores que -81 y menores o iguales que 19 .
- Números pares que se encuentran entre -50 y 160 , ambos incluidos.
- Números impares que se encuentran entre 20 y su opuesto, sin incluirlos.
- Números positivos compuestos no superiores que 88 .

Desafío

Sea el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ tiene una cifra}\}$. Redefine el conjunto A por comprensión, usando desigualdades, de dos maneras diferentes.

Antes de continuar

- ¿Cuándo una desigualdad es verdadera?
- ¿Cómo representarías con desigualdades la situación: "el valor de la bebida no es inferior a \$650"? Explica tu respuesta.
- ¿Cómo representarías por comprensión el conjunto $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$? Explica.

3. a. $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 20\}$
 - b. $B = \{1, 3, 5, 15\}$
 $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 15\}$
 - c. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 15, 10, 20\}$
 $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 20 \text{ o de } 15\}$
 - d. $A \cap B = \{1, 5\}$
 $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 5\}$
4. a. $A \cup B = \{-9, -7, -5, -3, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 20\}$
 - b. $B \cap C = \{-3, -1, 1, 3, 9\}$
 - c. $C \cup A = \{-6, -3, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 20\}$
 - d. $(A \cap B) \cup C = \{-6, -3, -1, 1, 3, 5, 6, 9\}$
 - e. $(C \cup B) \cup A =$
 $\{-9, -7, -6, -5, -3, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 20\}$
 - f. $(B \cap A) \cup (C \cup B) =$
 $\{-9, -7, -6, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 6, 7, 9\}$
5. a. Por ejemplo, $B = \{20, 28\}$
 - b. Por ejemplo, $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 9\}$
 - c. Por ejemplo, $B = \{1, 5, 8, 40\}$
 - d. Por ejemplo, $B = \{5, 9, 15, 19\}$

Antes de continuar

1. Está escrito por extensión cuando se escriben todos los elementos del conjunto, y por comprensión cuando se indica a qué conjunto pertenecen los elementos y se describen sus características.
2. $A = \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $A = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es mayor que } -10 \text{ y menor que } 10\}$

Página 22

Repaso

1. $a \leq b$ se lee a es menor o igual que b y es una desigualdad que se cumple cuando $a < b$ o bien $a = b$.

Página 23

Actividades

1. a. $m \leq 18$
 - b. $p \geq 15$
 - c. $100 < ICAP \leq 200$

- d. $64 \leq g \leq 110$
 - e. $n < 6,0$
 - f. $380 < l \leq 780$
2. a. Por ejemplo, el radio de la circunferencia es menor que 6 cm.
 - b. Por ejemplo, el tiempo transcurrido no es inferior que 230 s.
 - c. Por ejemplo, el perímetro de la figura no puede superar los 5,5 m.
 - d. Por ejemplo, el precio de tres pasajes excede los \$ 2 500.
 - e. Por ejemplo, la suma de dos números distintos es menor que 132.
 - f. Por ejemplo, si Nicolás bajara 15 kg, aun tendrá más masa que Marcelo.
3. a. F
 - b. V
 - c. V
 - d. V
 - e. V
 - f. F
 - g. V
4. a. V
 - b. V
 - c. V
 - d. V
5. $19 - 6 < x < 19 + 6$

Página 25

Actividades

1. a. $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
 - b. $D = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$
 - c. $E = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 - d. $F = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 - e. $G = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. a. $R = \{x \in \mathbb{N} / x < 9\}$
 - b. $S = \{x \in \mathbb{Z} / -8 < x < 1\}$
 - c. $T = \{x \in \mathbb{Z} / -7 < x < 10 \text{ y } x \text{ es impar}\}$
 - d. $U = \{x \in \mathbb{N} / 16 < x \text{ y } x \text{ es múltiplo de } 6\}$
 - e. $V = \{x \in \mathbb{N} / 5 < x < 21 \text{ y } x \text{ es par}\}$
 - f. $W = \{x \in \mathbb{N} / 12 < x < 40 \text{ y } x \text{ es primo}\}$

3. a. $P \cap Q = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6\}$
 b. $R \cup P = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 c. $(P \cap R) \cup Q = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
 d. $(Q \cup R) \cup P = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 e. $(P \cap Q) \cap R = \{2, 4\}$
 f. $(P \cap R) \cup (Q \cup R) = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
4. a. $A = \{x \in \mathbb{Z} / -81 < x \leq 19\}$
 b. $B = \{x \in \mathbb{Z} / -50 \leq x \leq 160 \text{ y } x \text{ es par}\}$
 c. $C = \{x \in \mathbb{Z} / -20 < x < 20 \text{ y } x \text{ es impar}\}$
 d. $D = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 88 \text{ y } x \text{ es compuesto}\}$

Antes de continuar

1. Cuando la relación establecida se cumple.
2. $b \geq 650$
3. $A = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es mayor que } -4 \text{ y menor que } 8\}$

Página 26

Repaso

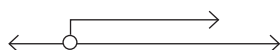
1. Por ejemplo, 1,21, 1,221, 1,234, 1,26, 1,2899, 1,2904, 1,356, 1,37, 1,386 y 1,3995.
2. Infinitos.

Página 27

Actividades

1. a. Por ejemplo, 0,3, 0,55, 0,879.
 b. Por ejemplo, 3,2, 3,543, 3,921.
 c. Por ejemplo, 1,4112, 1,4135, 1,41415.
 d. Por ejemplo, 0,001, 0,025, 0,068.
 e. Por ejemplo, 1,415, 1,563, 1,7298.
 f. Por ejemplo, -0,0008, -0,0007, -0,0004.

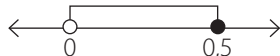
2. a. $] -\infty, -\sqrt{3}[$



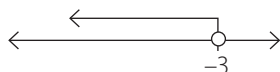
- b. $] \frac{1}{5}, 1,33]$



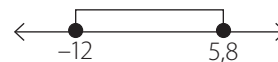
- c. $] 0, 0,5]$



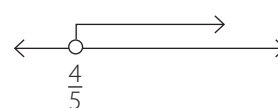
- d. $] -\infty, -3]$



- e. $[-12, 5,8]$



- f. $] \frac{4}{5}, +\infty[$



3. a. Por ejemplo, $[0, 4]$
 b. Por ejemplo, $[10, 18]$
 c. $[0, 1]$, $[3, 4]$, $[1, 2]$ y $[0, 1]$, respectivamente.

Página 29

Actividades

1. a. $[2, 18[$

- b. $\emptyset$

- c. $[-\frac{7}{4}, +\infty[$

- d. $] 0, \frac{5}{3}]$

- e. $[0, 1[$

- f. $[0, 20]$

2. a. Por ejemplo, $]3, 10[\cup [7, +\infty[$ y $]1, +\infty[\cap]3, +\infty[$

- b. Por ejemplo, $] -\frac{5}{2}, -1[\cup [-2, 0]$ y $] -12, 0] \cap] -\frac{5}{2}, +\infty[$

- c. Por ejemplo, $] -\infty, 25[\cup [15, 100[$ y $] -\infty, -100[\cap] -\infty, -99[$

- d. Por ejemplo, $[\frac{3}{2}, 20] \cup [2, \frac{19}{3}]$ y $[\frac{3}{2}, 20] \cap [\frac{1}{8}, \frac{19}{3}]$

3. a. $] -\infty, 7]$

- b. $] -\infty, 1[\cup [7, +\infty[$

- c. $] -3, 7]$

- d. $] -4, 9[$

- e. $] -3, 1[\cup [7, 9[$

- f. $] -3, 9[$

4. a. $\mathbb{R}^+ =] 0, +\infty[$, $\mathbb{R}^- =] -\infty, 0[$

- b. No, porque el intervalo $[0, +\infty[$, que contiene a todo $\mathbb{N}$, contiene además todos los números racionales e irracionales positivos.