

C U R S O: FÍSICA Mención**MATERIAL: FM-09****MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU I)**

Una partícula se encuentra en movimiento circular, cuando su trayectoria es una circunferencia, como, por ejemplo, la trayectoria descrita por una piedra que se hace girar al extremo de una cuerda. Si además de eso, la magnitud de la velocidad permanece constante, el movimiento circular recibe también el calificativo de uniforme. Entonces, en este movimiento el vector velocidad tiene magnitud constante, pero su dirección varía en forma continua, a ella la llamaremos **velocidad tangencial o lineal**.

La distancia recorrida por la partícula durante un período (ver definición de período abajo) es la longitud de la circunferencia que, como se sabe, tiene por valor $2\pi R$ (siendo R el radio de la trayectoria). Por tanto, como el movimiento es uniforme, la magnitud de la velocidad tangencial (rapidez tangencial) estará dado por

$$|\vec{v}_T| = \frac{\text{distancia recorrida}}{\Delta t}$$

o sea,

$$|\vec{v}_T| = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

Nota: cuando hablamos de $\vec{R}$, nos referimos al vector posición de la partícula respecto al centro de la trayectoria circular.

Período (T)

El tiempo que la partícula tarda en dar una vuelta completa se denomina período del movimiento, y se representa por T .

Frecuencia (f)

La frecuencia f , de un movimiento circular es, por definición, el cociente entre el número de vueltas y el tiempo necesario para efectuarlas.

$$f = \frac{\text{número de vueltas efectuadas}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Otra forma fácil de calcular la frecuencia es la siguiente

$$f = 1/T$$

Lo que significa que entre periodo (T) y frecuencia (f) existe una relación inversamente proporcional.

La unidad de medida de frecuencia es el Hertz

$$1 \text{ Hertz} = 1s^{-1}$$

Rapidez angular (ω)

Consideremos una partícula en movimiento circular, que pasa por la posición P_1 mostrada en la figura 1. Después de un intervalo de tiempo Δt , la partícula estará pasando por la posición P_2 . En dicho intervalo Δt , el radio que sigue a la partícula en su movimiento describe un ángulo $\Delta\theta$. La relación entre el ángulo descrito por la partícula y el intervalo de tiempo necesario para describirlo, se denomina **rapidez angular** (ω) representada por

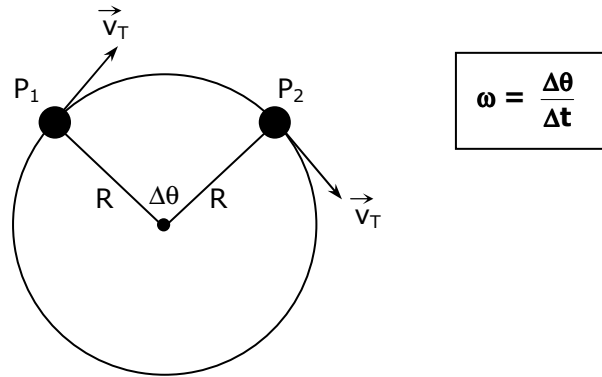


fig. 1

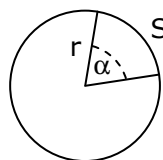
Observe que las definiciones de $|\vec{v}_T|$ y ω son semejantes. La rapidez lineal se refiere a la distancia recorrida en la unidad de tiempo, en tanto que la rapidez angular se refiere al ángulo descrito en dicha unidad de tiempo.

La rapidez angular proporciona información acerca de la rapidez con que gira un cuerpo. En realidad cuanto mayor sea la rapidez angular de un cuerpo, tanto mayor será el ángulo que describe por unidad de tiempo, es decir esta girando con mayor rapidez.

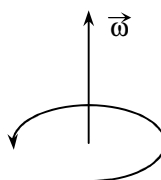
Otra manera de evaluar la rapidez angular consiste en considerar que la partícula realiza una vuelta completa o revolución en un intervalo de tiempo. En este caso el ángulo descrito $\Delta\theta = 2\pi$ rad, es decir 360° y el intervalo de tiempo será de un periodo, o sea, $\Delta t = T$. Así,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{\text{radianes}}{\text{s}} \right]$$

Radián (rad): Cuando el arco de circunferencia S es de longitud igual al radio r entonces al ángulo α se lo define como 1 radián



Nota: es interesante interpretar la velocidad angular ($\vec{\omega}$), como un vector que tiene como módulo la rapidez angular y como dirección, la del eje de rotación siguiendo la **regla del sacacorchos**.



Relación entre $|\vec{v}_T|$ y ω

En el movimiento circular uniforme, la rapidez lineal se puede obtener por la relación

$$|\vec{v}_T| = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

o bien,

$$|\vec{v}_T| = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \right) \cdot R$$

Como $2 \cdot \pi / T$ es la rapidez angular, concluimos que

$$|\vec{v}_T| = \omega \cdot R$$

Esta relación sólo será válida cuando los ángulos estén medidos en radianes.

PREUNIVERSITARIO	
ANALOGÍA	
PEDRO DE VALDIVIA	
Movimiento Traduccional	Movimiento Rotacional

d

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

θ

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Relatividad del movimiento

$$\frac{d}{t} = v_1 - v_2$$

Los móviles viajan en el mismo sentido

$$\frac{\theta}{t} = \omega_1 - \omega_2$$

$$\frac{d}{t} = v_1 + v_2$$

Los móviles viajan en sentidos opuestos

$$\frac{\theta}{t} = \omega_1 + \omega_2$$

Aceleración centrípeta en un MCU

En el movimiento circular uniforme, la magnitud de la velocidad permanece constante, y por tanto, la partícula no posee aceleración tangencial. Pero como la dirección de la velocidad varía continuamente, la partícula sí posee aceleración centrípeta $\vec{a}_c$. En la figura 2 se presentan los vectores $\vec{v}_T$ y $\vec{a}_c$ en cuatro posiciones distintas de la partícula. Observe que el vector $\vec{a}_c$ tiene la dirección del radio y siempre apunta hacia el centro de la circunferencia. Podemos deducir, matemáticamente que la magnitud de la aceleración centrípeta en el movimiento circular, esta dado por

$$|\vec{a}_c| = \frac{|\vec{v}_T|^2}{R}$$

ó

$$|\vec{a}_c| = \omega^2 \cdot R$$

ó

$$|\vec{a}_c| = \vec{v}_T \cdot \omega$$

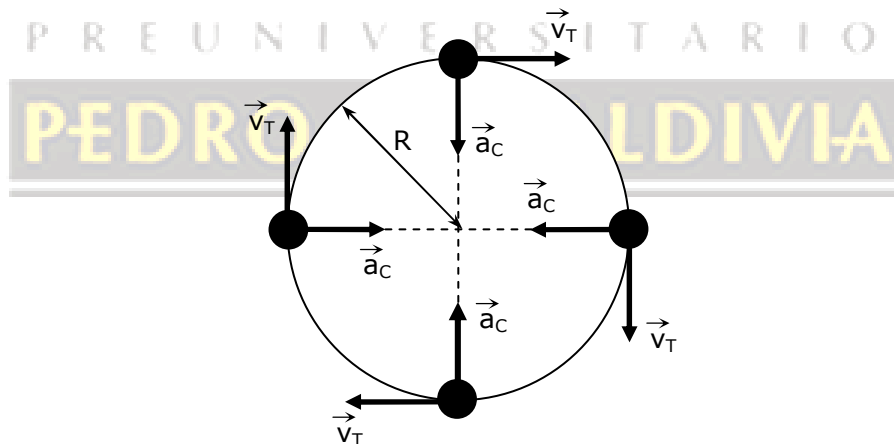


fig. 2

Observe que la magnitud de $\vec{a}_c$ es proporcional al cuadrado de la rapidez tangencial, si R es constante, e inversamente proporcional al radio de la circunferencia, si v_T es constante. Por lo tanto, si un automóvil toma una curva cerrada (con R pequeño) a gran velocidad, tendrá una aceleración centrípeta enorme.

Aplicación del MCU

Correas de transmisión:

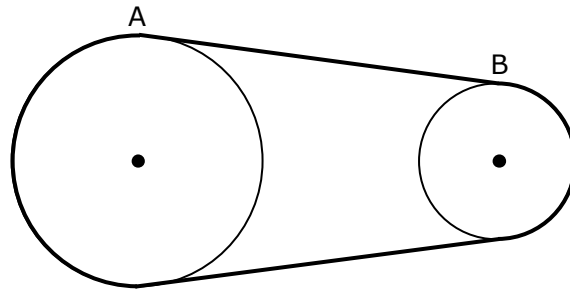


fig. 3

La figura 3 muestra una correa de transmisión, la cual se mueve con una **rapidez lineal que es la misma para cualquier punto de ella**. La cadena que une los pedales de la bicicleta con la rueda es una correa de transmisión. Supongamos que el engranaje A tiene un radio R_A y el engranaje B un radio R_B .

$$|\vec{v}_{TA}| = |\vec{v}_{TB}|$$

Aplicando la ecuación $|\vec{v}_T| = \omega \cdot R$, en la relación anterior obtenemos la siguiente razón

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A}$$

EJEMPLOS

1. Una rueda gira a 600 r.p.m y otra lo hace a 100π rad/s. ¿Cuántas vueltas dará cada una, respectivamente, durante 5 s?

- A) 100 y 33,3
- B) 50 y 250
- C) 10 y 150
- D) 50 y 150
- E) 10 y 50

2. ¿Cuál es la velocidad angular de una partícula que describe un movimiento circular uniforme si su periodo es de 1,4 s?

- A) $10\pi/14$ r.p.m
- B) $5\pi/14$ r.p.m
- C) $5\pi/7$ r.p.s
- D) $10\pi/7$ rad/s
- E) $10/7$ rad/s

3. Se tienen tres poleas unidas por una correa, si los radios de las poleas son diferentes, entonces es posible afirmar que los tres puntos señalados en la figura 4, P, Q y R tienen igual

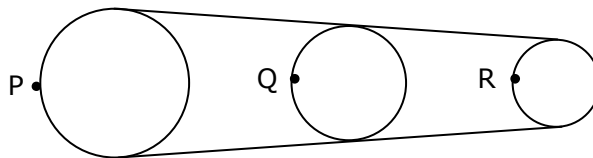


fig. 4

- A) aceleración centrípeta y frecuencia.
- B) rapidez angular y periodo.
- C) rapidez circunferencial y aceleración.
- D) periodo y frecuencia.
- E) rapidez circunferencial y distancias recorridas.

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. La figura 5 muestra una rueda que está girando en torno de su centro, también se muestra la trayectoria de dos puntos de la rueda, V y W, cuyas distancias respectivas al centro de la rueda son $R/4$ y $R/2$, siendo R el radio de la rueda. Es correcto afirmar que la razón entre el periodo de V y el periodo de W es

- A) 1 : 2
- B) 2 : 1
- C) 1 : 4
- D) 4 : 1
- E) 1 : 1

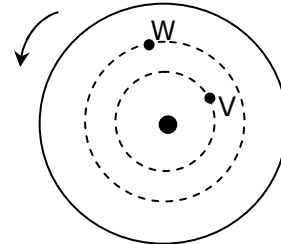


fig. 5

2. Los discos R y S, están unidos en su eje de giro y giran con frecuencia constante en sentido antihorario, con respecto a ello y considerando que el radio de R es menor que el radio de S, se hacen las siguientes afirmaciones:

- I) La rapidez angular de los discos es la misma.
- II) La rapidez lineal de un punto periférico de S es mayor que la rapidez lineal de cualquier punto del disco R.
- III) La dirección de la velocidad angular de ambos discos es la misma.

Es (son) correcta(s)

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

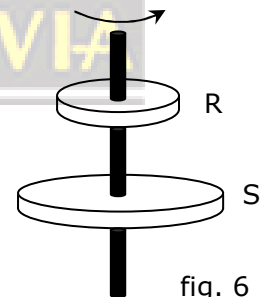


fig. 6

3. Una bola de masa m se encuentra atada a una cuerda de masa despreciable, la cual se hace girar en una circunferencia vertical de radio R con rapidez angular constante ω . Luego el módulo de la diferencia de las velocidades tangenciales entre los puntos A y B es

- A) 0
- B) ωR
- C) $2\omega R$
- D) $\frac{\omega R}{2}$
- E) $\frac{3\omega R}{2}$

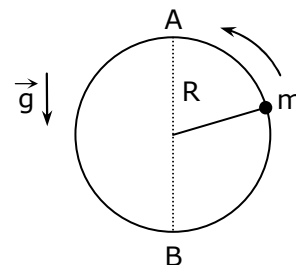


fig. 7

4. Un automóvil toma una rotonda de 100 m de radio con una rapidez constante de 10 m/s, respecto de esta información se puede decir que:
- I) El automóvil no tiene aceleración porque su rapidez es constante.
 - II) El automóvil tardaría 62,8 s aproximadamente en dar una vuelta completa.
 - III) La aceleración del automóvil vale 1 m/s^2 .

Es (son) verdadera(s)

- A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo III
 - D) Sólo I y II
 - E) Sólo II y III
5. Dos poleas A y B giran unidas mediante una correa de modo que la rapidez angular de la polea A es $20\pi \text{ rad/s}$ (ver figura 8). Si el radio de la polea A es 4 cm y el radio de la polea B es 8 cm, entonces es correcto afirmar que la rapidez angular de la polea B es

- A) $10\pi \text{ rad/s}$
- B) $20\pi \text{ rad/s}$
- C) $30\pi \text{ rad/s}$
- D) $40\pi \text{ rad/s}$
- E) $50\pi \text{ rad/s}$

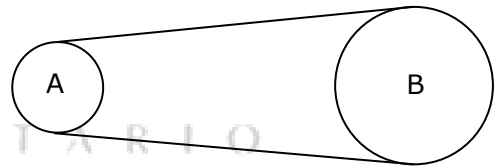


fig. 8

PEDRO DE VALDIVIA

6. Si un cuerpo con movimiento circunferencial uniforme, describe un arco de $\frac{2\pi}{3} \text{ m}$ en un tiempo de 9 s sobre una circunferencia de radio 1 m, entonces la cantidad de vueltas que consigue dar en 18 segundos es
- A) $1/2$ vueltas
 - B) $1/3$ vueltas
 - C) $2/3$ vueltas
 - D) 1 vueltas
 - E) $3/2$ vueltas
7. Las ruedas de un automóvil tienen 80 cm de diámetro y dan 10 vueltas en un segundo. ¿Con que velocidad lineal se mueve un punto del borde de la rueda? (use $\pi = 3$)

- A) 8 m/s
- B) 24 m/s
- C) 40 m/s
- D) 12 m/s
- E) 36 m/s

8. La figura 9 muestra dos ruedas que están en contacto y girando, si la rapidez angular de A es 9 rad/s entonces la rapidez angular de B es

- A) 3 rad/s
- B) 9 rad/s
- C) 15 rad/s
- D) 27 rad/s
- E) 36 rad/s

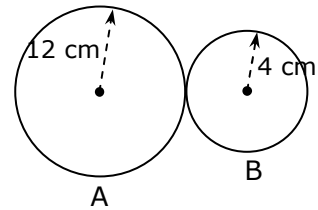


fig. 9

9. La figura 10 muestra la vista superior de una persona que esta haciendo girar una bola con sentido horario, mediante una cuerda. La cuerda se corta justo en el instante que muestra la figura, entonces es correcto que la bola saldrá en la dirección indicada en

- A) $\longrightarrow$
- B) $\searrow$
- C) $\downarrow$
- D) $\nearrow$
- E) $\swarrow$

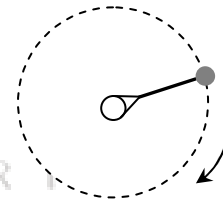


fig. 10

10. La figura 11 muestra un sistema de engranajes que utiliza tres ruedas de distinto diámetro de modo que ninguna de ellas se desliza sobre otra. Si la rueda de mayor tamaño gira en sentido antihorario, entonces, de las siguientes afirmaciones:

- I) La rueda de menor tamaño gira en sentido horario.
- II) La rueda de mayor tamaño es la que tiene mayor rapidez angular.
- III) La rueda de menor tamaño es la que tiene rapidez angular mayor.

Es (son) correcta(s)

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

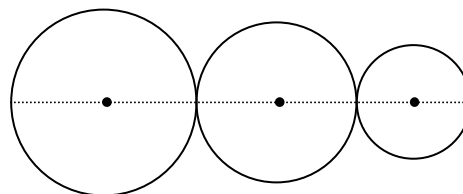


fig. 11

11. Dos ciclistas que se mueven sobre una pista circular parten desde el mismo punto pero en sentidos opuestos (ver figura 12). La rapidez de uno es de π m/s, mientras que la del otro es de 2π m/s. Si el radio de la pista es de 9 m, el tiempo que tardan en cruzarse es

- A) 2 segundos
- B) 4 segundos
- C) π segundos
- D) 6 segundos
- E) no se puede determinar, pues faltan datos

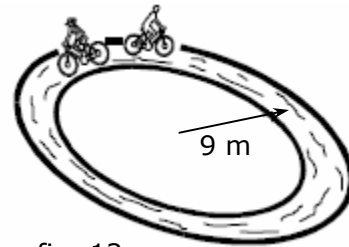


fig. 12

12. La figura 13 muestra un diagrama del movimiento de un cuerpo, el cual se mueve con rapidez constante entre los puntos P, O y R siguiendo la trayectoria señalada. Respecto de este movimiento se puede decir que



fig. 13

- A) Entre el trayecto P – O, la aceleración del cuerpo es diferente a cero.
- B) Entre el trayecto O – R, el cuerpo se mueve con aceleración igual a cero.
- C) Durante todo el trayecto el cuerpo se mueve aceleración constante diferente a cero.
- D) Durante todo el trayecto la aceleración del cuerpo es igual a cero.
- E) Entre el trayecto O – R el cuerpo se movió con aceleración diferente a cero.

13. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al módulo de la aceleración centrípeta de un chicle pegado en el borde de una rueda?

- A) $V \cdot R$
- B) $V^2 \cdot R$
- C) $V \cdot R^2$
- D) $V^2 \cdot R^2$
- E) $\frac{V^2}{R}$

14. Un auto describe una circunferencia de radio 50 m mientras se desplaza a 72 km/h, entonces su aceleración centrípeta es

A) 1,4 m/s²
 B) 5,0 m/s²
 C) 8,0 m/s²
 D) 103,7 m/s²
 E) 1440,0 m/s²

15. Dos ruedas están girando y tardan lo mismo en avanzar una distancia d. Si el radio de P es R y el radio de Q es 2R, entonces es correcto que:

I) Ambos viajan con igual rapidez angular.
 II) El periodo de giro de Q es el doble del periodo de giro que tiene P.
 III) El centro de la rueda P viaja con igual velocidad lineal que el centro de Q.

A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo III
 D) Sólo II y III
 E) I, II y III

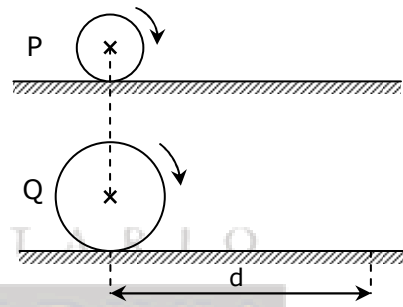


fig. 14

16. Una partícula describe un M.C.U. esto significa que en cualquier instante, la magnitud de su velocidad lineal es

A) constante y su sentido no cambia.
 B) constante y dirección constante.
 C) variable y dirección constante.
 D) de dirección variable y tamaño variable.
 E) constante y dirección variable.

17. Un niño construye un juguete mediante una barra de longitud 1 m y un disco de radio 10 cm que puede girar libremente en su extremo como muestra la figura 15. Cuando el niño corre haciendo girar el disco sobre la superficie, mantiene la barra formando el mismo ángulo con la vertical. El número de vueltas que da el disco si el niño avanza con rapidez de 5 m/s durante 5 s es

A) $80/\pi$
 B) $99/\pi$
 C) $125/\pi$
 D) $155/\pi$
 E) $199/\pi$

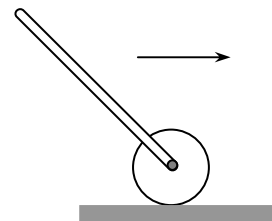


fig. 15

18. Una persona se encuentra en la orilla de una rueda de radio R que está girando con rapidez constante. Si la persona luego se ubica a una distancia $R/4$ respecto al centro, y a la persona se la logra mantener girando con la misma rapidez, entonces es correcto que el módulo de la aceleración centrípeta de la persona

- A) se octuplicó.
- B) se cuadruplicó.
- C) se duplicó.
- D) no cambió.
- E) disminuyó a la mitad.

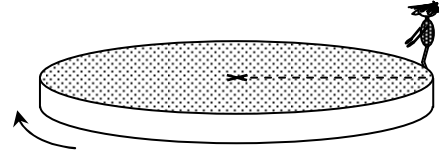


fig. 16

CLAVES DE LOS EJEMPLOS

1B 2D 3E