

DINÁMICA II

Cuando se golpea una pelota de golf en el campo de juego, una gran fuerza $\vec{F}$ actúa sobre la pelota durante un corto intervalo de tiempo Δt , haciendo que ésta se acelere desde el reposo hasta una velocidad final. Es en extremo difícil medir tanto la fuerza como la duración de su acción; pero el producto de ambas $\vec{F} \cdot \Delta t$ puede calcularse en función del cambio de velocidad resultante de la pelota de golf. A partir de la segunda ley de Newton, sabemos que

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

usando la definición de aceleración

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Multiplicando por Δt se obtiene:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

de donde se tiene

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i$$

A partir de esta relación definiremos momentum lineal e impulso:

Momentum Lineal o Cantidad de Movimiento se define mediante la siguiente expresión:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

El momentum lineal $\vec{p}$ es una cantidad vectorial, de igual dirección y mismo sentido que el vector velocidad $\vec{v}$, como muestra la figura 1, donde se observa el momentum y la velocidad de una masa m . Por la definición en el SI la unidad de medida del momentum lineal es $\text{kg} \cdot \text{m/s}$.

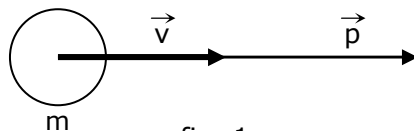


fig. 1

Impulso $\vec{I}$ se define mediante la expresión:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Observemos en la figura 2, que $\vec{I}$ es un vector que tiene la misma dirección y el mismo sentido que $\vec{F}$. Por la expresión anterior vemos que en el SI la unidad de medida del impulso es $N \cdot s$.

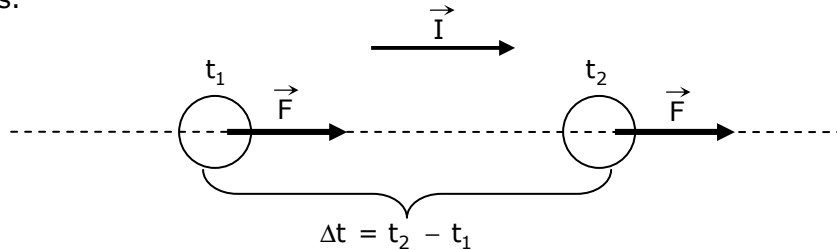


fig. 2

Relación entre Impulso y Momentum Lineal

En la figura 3 un cuerpo de masa m , se mueve con una velocidad $\vec{v}_1$. Si una fuerza $\vec{F}$, constante, actúa sobre el cuerpo durante un intervalo de tiempo Δt , observaremos que su velocidad sufrirá una variación, pasando a ser $\vec{v}_2$ al final del intervalo.



fig. 3

A partir de las definiciones anteriores en la siguiente relación:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$$

se observa:

$\vec{F} \cdot \Delta t$ Representa el impulso $\vec{I}$ que recibió el cuerpo

$m \cdot \vec{v}_2$ Representa la cantidad de movimiento del cuerpo, $\vec{P}_2$, al final del intervalo Δt

$m \cdot \vec{v}_1$ Representa la cantidad de movimiento del cuerpo, $\vec{P}_1$, al inicio del intervalo Δt

lo que implica

$$\vec{I} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{P}$$

Esta es la relación que existe entre el impulso y el momentum, es decir, el impulso es el responsable de la variación en el momentum del cuerpo.

Fuerzas internas y externas

Las fuerzas que actúan en un sistema de partículas se pueden clasificar en internas y externas. Si una partícula del sistema ejerce una fuerza sobre otra que también pertenece al sistema, aquella será una fuerza interna. Por otra parte, si la fuerza que actúa sobre una partícula del sistema fuese ejercida por un agente que no pertenece al sistema, se tratará entonces de una fuerza externa.

Las fuerzas internas pueden producir variaciones en las cantidades de movimiento de partículas de un sistema, pero no producen variación en la cantidad de movimiento del sistema.

Choques en una dimensión

Choques elásticos e inelásticos: una colisión es **elástica** cuando los cuerpos que chocan no sufren deformaciones permanentes durante el impacto o cuando se conserva la energía cinética. Dos bolas de billar, por ejemplo, experimentan choques que se pueden considerar elásticos.

En caso contrario, si los cuerpos presentan deformaciones debido a la colisión estamos en presencia de un choque **inelástico** y no se conserva la energía cinética.

Cuando los cuerpos que chocan continúan pegados, después del choque, se habla de choque totalmente inelástico.

Principio de conservación del momentum lineal en los choques

En los casos que no existen fuerzas externas que actúen sobre los cuerpos que chocan, la cantidad de movimiento del sistema se conserva, si sobre él sólo actúan fuerzas internas.

Por lo tanto la cantidad de movimiento de un sistema de cuerpos que chocan, inmediatamente antes de la colisión, es igual a la cantidad de movimiento, inmediatamente después del choque.

En la figura 4 vemos un ejemplo de un choque elástico, para explicar la conservación de momentum.

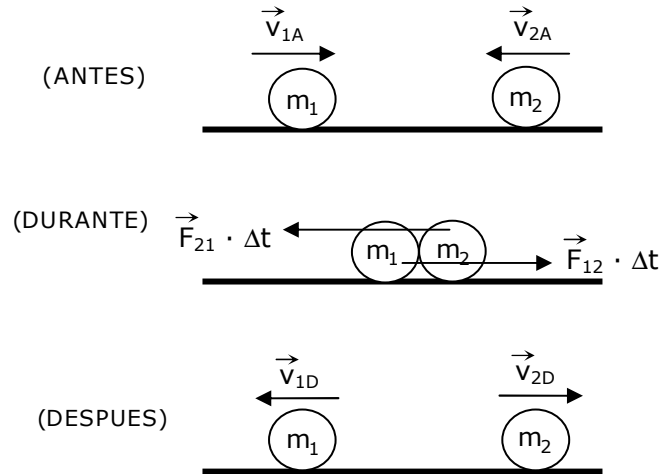


fig. 4

Consideremos una colisión directa entre las masas m_1 y m_2 , como lo muestra la figura 4.

Suponga que las superficies están libres de fricción. Indicamos sus velocidades antes del impacto $\vec{v}_{1A}$ y $\vec{v}_{2A}$; y después del impacto como $\vec{v}_{1D}$ y $\vec{v}_{2D}$. El impulso de la fuerza $\vec{F}_{12}$ que actúa sobre la masa de la derecha es

$$\vec{F}_{12} \cdot \Delta t = m_2 \cdot \vec{v}_{2D} - m_2 \cdot \vec{v}_{2A}$$

En forma similar, el impulso de la fuerza $\vec{F}_{21}$ sobre la masa de la izquierda es

$$\vec{F}_{21} \cdot \Delta t = m_1 \cdot \vec{v}_{1D} - m_1 \cdot \vec{v}_{1A}$$

Durante el intervalo de tiempo Δt , $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, de modo que

$$-\vec{F}_{21} \cdot \Delta t = \vec{F}_{12} \cdot \Delta t$$

O bien,

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1A} - m_1 \cdot \vec{v}_{1D} = m_2 \cdot \vec{v}_{2D} - m_2 \cdot \vec{v}_{2A}$$

Y, finalmente, reagrupando los términos

$$\underbrace{m_1 \cdot \vec{v}_{1A} + m_2 \cdot \vec{v}_{2A}}_{\vec{P}_{\text{SISTEMA(ANTES)}}} = \underbrace{m_1 \cdot \vec{v}_{1D} + m_2 \cdot \vec{v}_{2D}}_{\vec{P}_{\text{SISTEMA(DESPUES)}}}$$

EJEMPLOS

- ¿En cuál de las siguientes situaciones el momentum es de mayor valor?
 - Una caja de M kg viajando a $2V$ m/s.
 - Un autito de $M/2$ kg viajando a $4V$ m/s.
 - Una persona de $5M$ kg caminando a $V/2$ m/s.
 - Una bicicleta de $2M$ kg moviéndose a $3V$ m/s.
 - Un perro de $3M/2$ kg corriendo a $2V$ m/s.
- En cuál de los siguientes casos se requiere de mayor impulso para detener al autito, si este es de
 - 5,0 kg y viaja a 30 m/s.
 - 0,5 kg y viaja a 40 m/s.
 - 2,5 kg y viaja a 25 m/s.
 - 0,4 kg y viaja a 80 m/s.
 - 0,2 kg y viaja a 100 m/s.
- De las distintas alternativas, en cuál de ellas se necesitará de una mayor fuerza para cambiar la velocidad de una caja en 1 m/s en el tiempo de 1 s, si la caja tiene una masa de
 - 1,2 kg y se mueve a 20 m/s.
 - 5,0 kg y se mueve a 7 m/s.
 - 7,0 kg y se mueve a 9 m/s.
 - 10,0 kg y se mueve a 6 m/s.
 - 8,0 kg y se mueve a 8 m/s.
- La figura 5 muestra dos cuerpos de distinta masa que están viajando con sentido opuesto. Luego el módulo del momentum del sistema mide

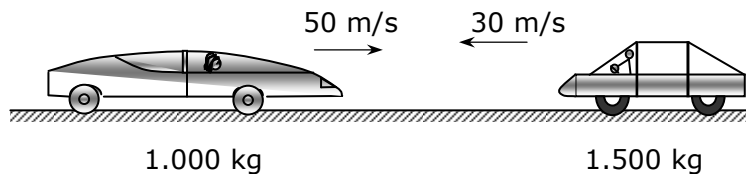


fig. 5

- 95.000 kg · m/s.
- 50.000 kg · m/s.
- 45.000 kg · m/s.
- 15.000 kg · m/s.
- 5.000 kg · m/s.

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

Use $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$, a menos que se especifique otro valor.

1. Una bola de billar de de 0,4 Kg. de masa, al moverse hacía una banda de la mesa, choca con ella a 5 m/s y sale con una velocidad de igual módulo, como se muestra en la figura 6. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones está **equivocada**?

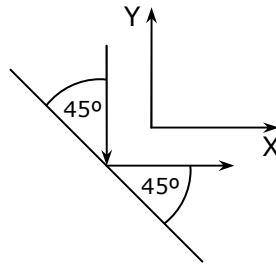


fig. 6

- A) El momentum de la bola antes del choque es de -2 kg m/s, según Y.
 B) El momentum de la bola después del choque es de 2 kg m/s, según X.
 C) La variación de momentum de la bola fue nula.
 D) El módulo del impulso recibido por la bola fue de $2\sqrt{2}$ Ns.
 E) Si conociéramos el tiempo de interacción de la banda con la bola podríamos calcular la fuerza media que ejerció la banda sobre la bola.

2. Un golfista elige un palo para golpear la pelota de golf, la golpea y esta sale con una rapidez de unos 70 m/s. A continuación se hacen las siguientes afirmaciones:

- I) La pelota ejerce un impulso al palo de igual módulo al que el palo le ejerce a la pelota.
 II) En el momento del impacto entre la pelota y el palo, las fuerzas que se ejercen mutuamente son de igual módulo, lo que hace que la variación del momentum de la pelota sea de igual módulo que la del palo.
 III) El impulso que recibe la pelota es mayor que el que recibe el palo.

Es (son) verdadera(s)

- A) Sólo I.
 B) Sólo II.
 C) Sólo III.
 D) Sólo I y II.
 E) Sólo II y III.

3. Un cuerpo de 2 kg está cambiando de posición tal como lo indica el gráfico de la figura 7, en base a este, es correcto afirmar que su momentum

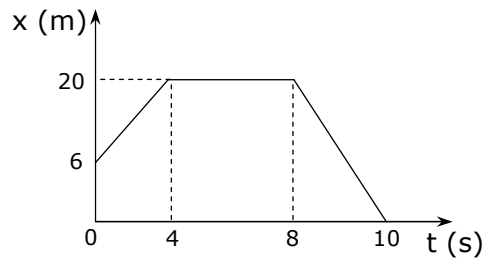


fig. 7

- A) fue variable desde los 0 s hasta los 4 s y entre los 8 s y los 10 s.
 B) fue mayor que cero y constante entre los 4 y los 8 segundos.
 C) entre los 0 y los 4 s fue de $3,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.
 D) entre los 8 y los 10 s fue menor que entre los 0 y los 4 s.
 E) desde los 8 s hasta los 10 s fue de módulo $20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
4. Un cuerpo de masa m , es lanzado verticalmente desde el suelo con una velocidad $\vec{v}$, sin considerar el roce, es **falso** que
- A) existe un punto en el cual su momentum es nulo.
 B) su momentum es constante mientras está en el aire.
 C) la variación de momentum, es decir el momentum final menos el inicial, no es nula.
 D) el momentum mientras sube, es opuesto a la aceleración del cuerpo.
 E) en casi todo punto de la trayectoria el momentum es vertical.
5. Una persona está parada sobre una superficie sin roce, además se encuentra al lado de una caja, luego la persona se sube a la caja tal como lo muestra la figura 8. Entonces, es correcto que por el hecho de que la persona se sube

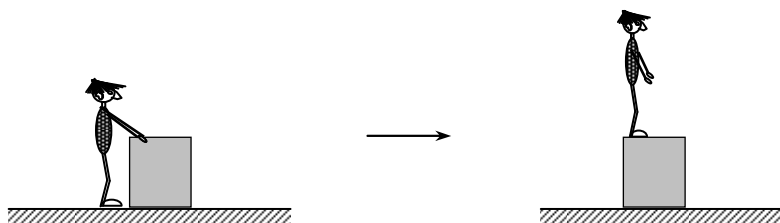


fig. 8

- A) la caja se moverá hacia la derecha y después se detiene.
 B) la caja se moverá hacia la izquierda y luego se detendrá.
 C) se deslizará hacia la izquierda y seguirá con velocidad constante.
 D) se deslizará hacia la derecha y seguirá con velocidad constante.
 E) la caja no se mueve.

6. Tres bolitas idénticas que inicialmente están separadas y colineales se mueven como muestra la figura 9, de tal forma que chocan simultáneamente. Luego se afirma que:

- I) La bolita 2 sigue en reposo.
- II) La suma de las velocidades de las bolitas después del choque es $-v$, según x .
- III) Si las bolitas quedaran unidas al chocar, la rapidez del conjunto sería $v/3$.

Es (son) **siempre** verdadera(s)

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

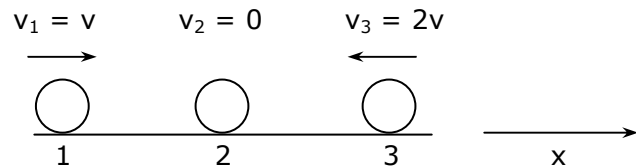


fig. 9

7. El gráfico de la figura 10 muestra como varió el momentum de un cuerpo que se mueve en trayectoria rectilínea. Si la masa del cuerpo es constante, el gráfico que representa la fuerza neta sobre el cuerpo, en función del tiempo es:

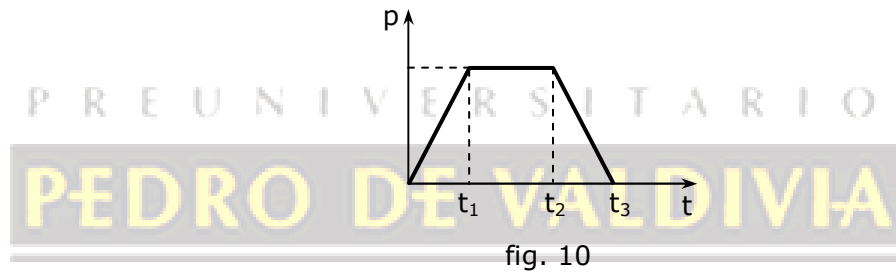


fig. 10

- A)

B)

C)

D)

E)

8. Un cohete en el espacio parte desde el reposo y es acelerado a razón de 120 m/s^2 , entonces es correcto que



fig. 11

- A) la magnitud del momentum del gas es igual a la magnitud del momentum del cohete en el momento de la partida.
 B) la magnitud de la velocidad del gas expelido desde la parte trasera del cohete es igual a la magnitud de la velocidad del cohete.
 C) la magnitud de la aceleración con la que sale el gas hacia atrás es igual a la magnitud de la aceleración que experimenta el cohete hacia adelante.
 D) sobre el gas expelido hacia atrás se hace mayor fuerza que la que se ejerce sobre el cohete hacia adelante.
 E) el impulso que recibe el cohete es igual al impulso que recibe el gas.
9. Un cuerpo de 30 kg se desplaza en línea recta impulsado por una fuerza F constante entre los 0 y 9 segundos; entre los 5 y 9 segundos su velocidad aumenta más lentamente, por efecto de una fuerza de roce, como lo muestra el gráfico de la figura 12.

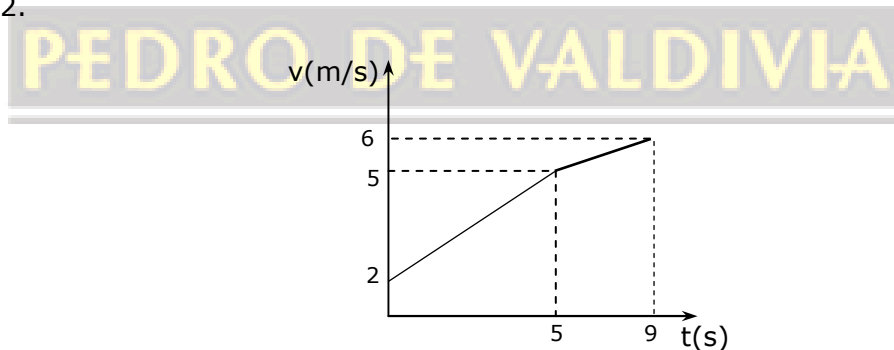


fig. 12

¿Cuál es la magnitud del impulso que frena el cuerpo?

- A) $13,3 \text{ N s}$
 B) $30,0 \text{ N s}$
 C) $42,0 \text{ N s}$
 D) $90,0 \text{ N s}$
 E) $120,0 \text{ N s}$

10. Una bola A de masa 0,2 kg y velocidad 0,1 m/s se desplaza sobre el eje X, chocando simultáneamente a dos bolas (B y C) que están en reposo, en contacto entre sí y sobre el eje Y (figura 13). Si las tres bolas son de igual masa y tamaño, es correcto que después del choque, las bolas B y C

- I) podrían moverse en línea recta con 30° de desviación respecto al eje Y.
- II) tienen igual momentum.
- III) tienen igual rapidez.

- A) Sólo III
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

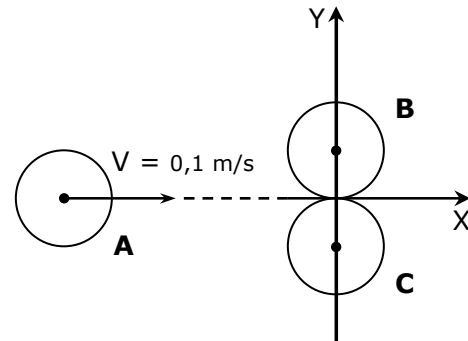


fig. 13

11. Dos cuerpos A y B están viajando en línea recta en el mismo sentido, la masa de A es 20 kg y la de B es 10 kg, las rapidezces de ambos se muestran en la figura 14, en un instante B golpea al cuerpo A debido a lo cual B se queda quieto, entonces la rapidez de A será

- A) 1,0 m/s
- B) 3,0 m/s
- C) 5,0 m/s
- D) 5,5 m/s
- E) 8,0 m/s



fig. 14

12. Cuando dos partículas que se mueven en una misma línea y sentido contrario chocan, es correcto afirmar que

- A) en ambas partículas, la rapidez antes y después del choque es igual.
- B) la magnitud del impulso que reciben es igual.
- C) la masa mayor ejerce una fuerza mayor.
- D) la suma de las velocidades de ambas, es igual antes y después del choque.
- E) las partículas solo pueden rebotar y seguir en la misma línea.

13. Con respecto a la explosión de un artefacto que se fragmenta en muchos trozos, es **falso** que

- A) si estaba en reposo, la suma de los momentum de los trozos es nula.
- B) si estaba en reposo, la suma de las velocidades de los trozos necesariamente es nula.
- C) si el momentum del sistema (artefacto) se conserva.
- D) dos trozos que salen en sentido contrario no pueden tener igual velocidad.
- E) el momentum del sistema artefacto finalmente es cero.

14. La figura 15 nos muestra un gráfico de velocidad versus tiempo de un móvil de 3 kg que se desplazaba con velocidad constante y a los 5 s de viaje se ejerció sobre él una fuerza, durante 5 s. En base al gráfico es correcto que

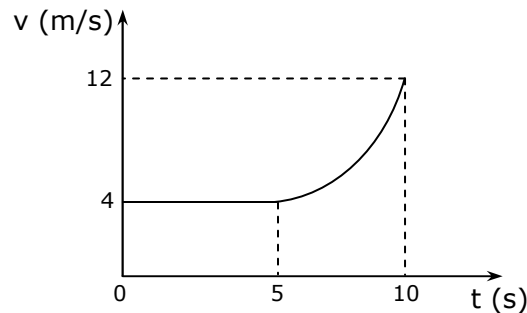


fig. 15

- A) la fuerza que se ejerció sobre el fue constante.
 B) sobre el actuó una fuerza media de 4,8 N.
 C) el móvil recibió un impulso de $80 \text{ N} \cdot \text{s}$.
 D) el móvil recibió un impulso de $100 \text{ N} \cdot \text{s}$.
 E) sobre el actuó una fuerza media de 24 N.
15. Una bala que viaja a 300 m/s impacta en un vidrio delgado traspasándolo como se muestra en la figura 16. Es correcto afirmar que

- I) la bala no cambia su rapidez.
 II) la bala no cambia su momentum.
 III) ambos se ejercen impulsos de igual módulo.

- A) Sólo I
 B) Sólo II y III
 C) Sólo III
 D) I, II y III
 E) Ninguna de ellas.

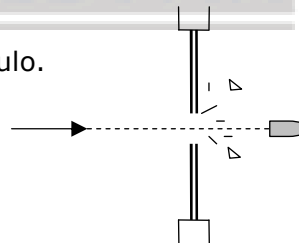


fig. 16

16. Se lanza horizontalmente una pelota plástica de 100 g contra una pared, inmediatamente después de rebotar, regresa horizontalmente con un 10% menos de rapidez. Sabiendo que el impulso ejercido por la pelota sobre la pared es de $9,5 \text{ N} \cdot \text{s}$, su cantidad de movimiento después del choque es

- A) $0,45 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 B) $4,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 C) $45,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 D) $95,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 E) $85,5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

17. Un móvil **X** se mueve hacia la derecha, su masa es 8 kg y su rapidez 20 m/s, un segundo móvil **Y**, se mueve hacia la izquierda siendo su masa de 12 kg y su rapidez 10 m/s. Los cuerpos **X** e **Y** chocan frontalmente, se sabe que inmediatamente después del choque, **X** se mueve hacia la izquierda a 1 m/s, entonces el móvil **Y** después del choque

- A) se queda quieto.
 B) se mueve hacia la izquierda a 1 m/s.
 C) se mueve hacia la derecha a 3 m/s.
 D) se mueve hacia la derecha a 4 m/s.
 E) se mueve hacia la derecha a 5 m/s.

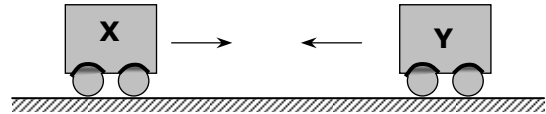


fig. 17

18. Un móvil P se aproxima a 20 m/s a un móvil Q que está en reposo y que posee el triple de masa que P. Los cuerpos chocan resultando un choque totalmente inelástico, es decir continúan juntos después de chocar, la rapidez con la que se mueven después de la colisión es

- A) 20 m/s
 B) 15 m/s
 C) 10 m/s
 D) 5 m/s
 E) 2 m/s

CLAVES DE LOS EJEMPLOS

1D 2A 3D 4E